1. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4 ② $3+3+3+3$ ③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$ ⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

2. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 115

해설

$2^1 = 2$
$2^2 = 2 \times 2 = 4$
$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
⋮
$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$
이므로 $a = 6$ 이다.
$3^1 = 3$
$3^2 = 3 \times 3 = 9$
$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
이므로 $b = 4$ 이다.
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ 이므로 $c = 125$ 이다.
따라서 $c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것을 골라라.

> ㉠ 1 은 소수이다.
>
> ㉡ 2 는 소수가 아니다.
>
> ㉢ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
>
> ㉣ 소수는 모두 홀수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ 1 은 소수가 아니다.
㉡ 2 는 소수이다.
㉣ 2 는 소수이다.

4. 72 를 소인수분해하면 $a^3 \times b^2$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
따라서 $a = 2,\ b = 3$
$a + b = 5$

5. 360 의 소인수의 개수를 x , 소인수들의 합을 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로
소인수는 2, 3, 5 이다.
$\therefore\ x = 3,\ y = 2+3+5 = 10$

6. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

7. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $2\times3\times5$ ② $2^3\times3\times5$ ③ $2\times3^3\times5$

④ $2\times3\times5\times7^2$ ⑤ $2^2\times3\times5$

해설

$120=2^3\times3\times5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2\times3\times5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

8. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$

가장 작은 자연수 x 는 2 이다.

9. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4 ② 8 ③ 15 ④ 30 ⑤ 32

해설

$12 = (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2$, $b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

10. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

11. 다음 중 12 의 배수는?

① 90 ② 126 ③ 288 ④ 352 ⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

12. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\dfrac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \dfrac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

13. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 12 와 같다.

② 밑은 4 이다.

③ 지수는 3 이다.

④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.

⑤ 3^4 보다 작다.

해설

① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12 와 같지 않다.
⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

14. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	데	돈	이	다	심

▶ 답 :

▷ 정답 : 그래도지구는돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 '그래도지구는돈다' 이다.

15. 360과 420의 소인수에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① 360의 소인수는 2개다.

② 420의 소인수는 3개다.

③ 360과 420의 소인수 개수의 차는 1이다.

④ 360과 420의 공통인 소인수의 개수는 2개다.

⑤ 360과 420의 소인수는 같다.

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
360의 소인수는 2, 3, 5
420의 소인수는 2, 3, 5, 7

16. x는 $2^5 \times 7^3$의 약수 중에서 a^2의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때, x 값의 개수는? (단, a는 자연수)

① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$2^5 \times 7^3$의 약수 중 (자연수)^{2}이 되는 수는
$1,\ 2^2,\ (2^2)^2,\ 7^2,\ (2\times 7)^2,\ (2^2\times 7)^2$
$\therefore$ 6개이다.

17. 300 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$300 \div a = b^2$ 에서
$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$
$a = 3$
$2^2 \times 3 \times 5^2 \div 3 = b^2$
$2^2 \times 5^2 = b^2$
$b = 2 \times 5 = 10$
$\therefore a + b = 13$

18. 1200 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $b-a^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$1200 \div a = b^2$ 에서
$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$
$a = 3$
$2^4 \times 3 \times 5^2 \div 3 = b^2$
$2^4 \times 5^2 = b^2$
$b = 2^2 \times 5 = 20$
$b - a^2 = 20 - 3^2 = 11$

19. 자연수 $2^3 \times 5 \times 7$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 70

해설

$2^3 \times 5 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 큰 수는 $2^2 \times 5 \times 7 = 140$, 세 번째로 큰 수는 $2 \times 5 \times 7 = 70$ 이므로, $a - b = 140 - 70 = 70$ 이다.

20. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

> ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
>
> ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
>
> ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
>
> ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
>
> ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
㉣. 392 는 4 의 배수이다.

21. 소수 97 은 각 자리의 숫자를 바꾸면 79 가 되어 역시 소수가 된다. 이처럼 각 자리의 숫자를 바꾸어도 소수가 되는 50 보다 작은 두 자리의 소수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 11

▷ 정답: 13

▷ 정답: 17

▷ 정답: 31

▷ 정답: 37

해설

에라토스테네스의 체를 이용하여 50 보다 작은 두 자리 소수를 구하면 다음과 같다.

~~10~~ (11) ~~12~~ (13) ~~14~~ ~~15~~ ~~16~~ (17) ~~18~~ (19)
~~20~~ ~~21~~ ~~22~~ (23) ~~24~~ ~~25~~ ~~26~~ ~~27~~ ~~28~~ (29)
~~30~~ (31) ~~32~~ ~~33~~ ~~34~~ ~~35~~ ~~36~~ (37) ~~38~~ ~~39~~
~~40~~ (41) ~~42~~ (43) ~~44~~ ~~45~~ ~~46~~ (47) ~~48~~ ~~49~~

이 중 각 자리의 숫자를 바꾸어도 소수가 되는 수를 찾아 적으면 11, 13, 17, 31, 37 이다.

22. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a, 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$1\times 2\times 3\times\cdots\times 13$

$=2\times 3\times 2^2\times 5\times(2\times 3)\times 7\times 2^3\times 3^2$

$\quad\times(2\times 5)\times 11\times(2^2\times 3)\times 13$

$=2^{10}\times 3^5\times 5^2\times 7\times 11\times 13$

$a=2+3+5+7+11+13=41$

$b=10+5+2+1+1+1=20$

$\therefore\ a-b=41-20=21$

23. 다음 중 180 의 약수는?

① $2^3 \times 5$ ② $3^2 \times 7$ ③ $2^2 \times 3^2$

④ $3^3 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

24. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 이라 할 때, $f(30) \times f(x) = 32$ 를 만족시키는 가장 작은 자연수 x 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로
$f(30) = (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8$ 이다.
$f(30) \times f(x) = 32$ 에서 $f(x) = 4$
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

25. 504 의 약수의 개수와 $3^x \times 7^2 \times 13^y$ 의 약수의 개수가 같다고 한다. 이때, $x-y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $x = 3$, $y = 1$ 이어야 한다. ($\because$ $x > y$)
$\therefore$ $x - y = 3 - 1 = 2$