

1. $x^5y^3 \times x^2y^6 = x^{\square}y^{\square}$ 일 때, 안에 알맞은 수를 차례대로 쓴 것은?

① 15, 12

② 8, 8

③ 7, 9

④ 5, 11

⑤ 11, 7

해설

$$x^5y^3 \times x^2y^6 = x^{5+2}y^{3+6} = x^7y^9 \text{ 이다.}$$

2. 식 $(x^3)^3 \times (y^3)^2 \times x \times (y^2)^2$ 을 간단히 하면?

① $x^{10}y^9$

② x^9y^{10}

③ x^9y^9

④ x^8y^9

⑤ $x^{10}y^{10}$

해설

$$x^9 \times y^6 \times x \times y^4 = x^{10} \times y^{10}$$

3. $a^7 \div a^5 \div \square = 1$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 것은?

① a

② a^2

③ a^3

④ a^4

⑤ a^5

해설

지수가 0이면 밑과 관계없이 그 값은 항상 1이다.

$\square$ 를 a^x 라 하면

$$a^7 \div a^5 \div \square = a^{7-5-x} = 1$$

따라서 $7 - 5 - x = 0$ 이면 $x = 2$

$\square = a^2$ 이다.

4. $81 \div \frac{1}{3^{3x+2}} \div 27 = \frac{1}{9}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하면?

① $\frac{5}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ $-\frac{5}{3}$

④ -2

⑤ -1

해설

$$81 \div \frac{1}{3^{3x+2}} \div 27 = \frac{1}{9}$$

$$3^4 \times 3^{3x+2} \times \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3^2}$$

양변에 3^3 을 곱하면

$$3^4 \times 3^{3x+2} = 3$$

$$4 + 3x + 2 = 1$$

$$\therefore x = -\frac{5}{3}$$

5. 다음 중 옳은 것은?

① $5^2 \times 5^3 = 25^5$

② $(3^3)^3 = 27^9$

③ $(-2)^{10} = -2^{10}$

④ $(2x)^3 = 6x^3$

⑤ $\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^2 = x^{\frac{4}{3}}$

해설

① $5^2 \times 5^3 = 5^5$

② $(3^3)^3 = 3^9$

③ $(-2)^{10} = 2^{10}$

④ $(2x)^3 = 8x^3$

6. 3^3 을 81번 더하여 얻은 값을 3의 거듭제곱으로 나타낸 것은?

① $3^3 + 81$

② 3×81

③ 3^7

④ $(3^3)^2$

⑤ $(3^3)^{25}$

해설

$$3^3 \times 81 = 3^3 \times 3^4 = 3^7$$

7. $\left(\frac{2x^a}{y}\right)^b = \frac{16x^4}{y^c}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{2^b x^{ab}}{y^b} = \frac{2^4 x^4}{y^c}$$

$$b = 4, c = 4$$

$$x^{4a} = x^4, a = 1$$

$$\therefore a + b - c = 1 + 4 - 4 = 1$$

8. $9^{n-1} (2 \cdot 5^{n+1} - 5^n)$ 을 간단히 한 것은?

① 9^{n+2}

② 25^n

③ 25^{2n-1}

④ 45^n

⑤ 45^{n+2}

해설

$$\begin{aligned} 9^{n-1} (2 \cdot 5^{n+1} - 5^n) &= 9^{n-1} (10 \times 5^n - 5^n) \\ &= 9^{n-1} (9 \times 5^n) \\ &= 9^n \times 5^n \\ &= 45^n \end{aligned}$$

9. $3^3 \div 3^a = 27$, $4^b + 4^b + 4^b + 4^b = 4^3$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$3^3 \div 3^a = 3^{3-a} = 27 = 3^3$$

$$3 - a = 3$$

$$\therefore a = 0$$

$$4^b + 4^b + 4^b + 4^b = 4 \cdot 4^b = 4^{b+1} = 4^3$$

$$b + 1 = 3$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = -2$$

10. 지수법칙을 이용하여 $2^9 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 일곱 자리 수

해설

$$2^9 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^4 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 16 = 16 \times 10^5$$

따라서 일곱 자리의 수이다.

11. 다음 세 수의 크기를 비교하여 큰 순서대로 나열하여라.

$$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3^{63}

▷ 정답 : 5^{36}

▷ 정답 : 2^{81}

해설

$81 = 3^4$, $63 = 3^2 \times 7$, $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로
세 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서

$$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$$

$(2^9)^9$, $(3^7)^9$, $(5^4)^9$ 에서

$$2^9 < 5^4 < 3^7 \text{ 이므로 세 수의 크기는 } 2^{81} < 5^{36} < 3^{63}$$

$$\therefore 3^{63}, 5^{36}, 2^{81}$$

12. $27^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(3^3)^{x-2} = 3^{-x+6}$$

$$\text{지수 : } 3x - 6 = -x + 6, 4x = 12, x = 3$$

13. 부등식 $5^{100} < x^{200} < 4^{300}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$5^{100} < (x^2)^{100} < (4^3)^{100}$$

$$5 < x^2 < 4^3$$

따라서 만족하는 자연수는 3, 4, 5, 6, 7로 5 개이다.

14. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(5^3)^{x+2} = 5^{-2x+11}$$

$$5^{3x+6} = 5^{-2x+11}, \quad 3x+6 = -2x+11, \quad x=1$$

15. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$\therefore m + n = 15$$

16. 등식 $\frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} = ax^by^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} & \frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} \\ &= \frac{9x^6y^3}{xy} \times \frac{8x^3}{x^2y^4} \times \frac{xy}{9x^6y^4} \\ &= \frac{8x}{y^5} = 8xy^{-5} \end{aligned}$$

$$a = 8, b = 1, c = -5$$

$$a + b + c = 8 + 1 - 5 = 4$$

17. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

① $3B$

② $3B^2$

③ $9B^2$

④ $9B$

⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\&= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\&= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

18. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.

19. 다음 식을 만족하는 최대의 자연수 n 에 대하여, $n - a + 2b - c$ 의 값은?

$$(x^a y^b z^c)^n = x^{56} y^{64} z^{88}$$

① -2

② 0

③ 4

④ 6

⑤ 10

해설

56, 64, 88 의 최대공약수는 8 이다.

따라서 $n = 8$ 이고, $a = 7$, $b = 8$, $c = 11$ 이다.

그러므로 $n - a + 2b - c = 8 - 7 + 16 - 11 = 6$ 이다.

20. $\frac{2^{10} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 $a - 1$ 자리의 자연수이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{10} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{10} \times (3 \cdot 5)^{20}}{(3^2 \cdot 5)^{10}} = \frac{2^{10} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\ &= 2^{10} \times 5^{10} = 10^{10}\end{aligned}$$

따라서 11 자리의 수 이므로 $a - 1 = 11$

$$\therefore a = 12$$