1. 16 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

16 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16 이다.
따라서 5 개이다.

2. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

5의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50 = 2^{47} \times 5^{12} \times \cdots$

$= A \times (2 \times 5)^{12}$

$\therefore \ n = 12$

3. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① $2,\ 3,\ 11$ ② $1,\ 2,\ 3,\ 11$ ③ $2^2,\ 11$

④ $2^3,\ 3,\ 11$ ⑤ $2,\ 3,\ 5,\ 11$

해설

$264 = 2^3 \times 3 \times 11$

4. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 $(2+1) \times (2+1) = 9$(개)

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $(4+1) \times (1+1) = 10$(개)

$64 = 2^6$ 이므로 $6 + 1 = 7$(개)

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $(3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$(개)

5. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은?

① 2, 6 ② 3, 7 ③ 4, 10 ④ 8, 12 ⑤ 10, 20

해설

최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.
① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.
③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.
④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.
⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.
따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

6. 윤호는 어떤 수의 배수에 ○표를, 준수는 어떤 수의 배수에 □표를 했다. 윤호와 준수가 둘 다 표시한 부분이 어떤 두 수의 최소공배수일 때, 두 자연수의 공배수를 작은수부터 3개까지 구하여라.

1	2	3	④	5	6	□7	⑧	9	10
11	⑫	13	□14	15	⑯	17	18	19	⑳
□21	22	23	㉔	25	26	27	□28	29	30
31	㉜	33	34	□35	㊱	37	38	39	㊵

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 56

▷ 정답 : 84

해설

윤호가 ○표 한 수는 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40 이므로 40 이하의 4 의 배수이다.
준수가 □표 한 수는 7, 14, 21, 28, 35 이므로 40 이하의 7 의 배수이다.
둘 다 표시한 부분은 28 이므로 4 와 7 의 최소공배수는 28 이고, 공배수는 최소공배수 28 의 배수인 28, 56, 84, ⋯ 이다.

7. 유나네 집 앞 아이스크림 가게의 네온사인은 10 초마다, 피시방의 네온사인은 8 초마다 불이 켜진다. 두 가게가 같은 시각에 네온사인의 불이 켜진다면 몇 초마다 동시에 불이 켜지는지 구하여라.

▶ 답 : _____ 초

▷ 정답 : 40 초

해설

10 과 8 의 최소공배수는 40 이므로 두 가게의 네온사인은 40 초마다 동시에 불이 켜진다.

8. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는?

① 42 ② 84 ③ 90 ④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
$84 = 1\times$ (최소공배수)
따라서 최소공배수는 84 이다.

9. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \dfrac{1}{2^4} = \dfrac{1}{16}$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \dfrac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \dfrac{1}{540}$

해설

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \dfrac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \dfrac{1}{450}$

10. 다음 보기 중 소수인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

11 22 51 53 79 149

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

소수인 것은 11, 53, 79, 149 이다. 따라서 4 개이다.

11. 63 를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 7×9 ② 2^6 ③ $3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r|l} 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

12. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고
$2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로
$2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.
따라서 $m = 3$

13. 다음 중 세 수 96, 120, 150 의 공약수는?

① 2×5 ② 2^2 ③ 3^2

④ 2×3 ⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

14. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때, $a+b-c$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,
$7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
$13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.
따라서 $a+b-c = 5$ 이다.

15. 다음 세 자연수의 최소공배수가 1155 일 때, a 의 값은?

$11\times a,\ 7\times a,\ 5\times a$

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$a\overline{)11\times a\ \ 7\times a\ \ 5\times a}$$
$$\quad\ 11\quad\ 7\quad\ 3$$

$a\times 11\times 7\times 5 = 1155$

$\therefore\ a = 3$

16. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 12 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

$36 = 2^2 \times 3^2,\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5,\ 72 = 2^3 \times 3^2$

$36,\ 60,\ 72$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

17. 6 으로 나누면 4 가 남고, 8 로 나누면 6 이 남고, 9 로 나누면 7 이 남는 자연수 중에서 400 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 430

해설

구하는 수는 (6, 8, 9 의 공배수)−2 의 꼴이므로
6, 8, 9 의 최소공배수는 72 이다.
72 의 배수 중 400 에 가장 가까운 수는 432 이다.
따라서 구하는 수는 $432 - 2 = 430$ 이다.

18. $2^2 \times 3^4,\ 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4,\ 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.

19. 사탕 52개, 초콜릿 75개, 껌 103개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕은 2개가 부족하고, 초콜릿은 3개가 남았고, 껌은 5개가 부족했다. 몇 명의 학생에게 나누어 주려고 하였는지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 18 명

해설

사탕은 2개 부족하고, 초콜릿은 3개 남고, 껌은 5개 부족하므로 사탕은 54개, 초콜릿 72개, 껌 108개가 있으면 똑같이 나누어 줄 수 있다.
따라서 구하는 학생 수는 54, 72, 108 의 최대공약수인 18명이다.

20. 소인수분해한 세 자연수 $2^a \times b$, $2^2 \times 3^b \times c$, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 540 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$6 = 2 \times 3$, $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

최대공약수가 2×3 이므로 $a = 1$, $b = 3$

최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $c = 5$

$\therefore\ 1 + 3 + 5 = 9$

21. 1부터 200까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 93 개

해설

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 66개
1부터 200까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 40개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 13개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
$66 + 40 - 13 = 93$

22. 두 분수 $\frac{15}{16}$, $\frac{5}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$

해설

$$\frac{(16,\ 12\text{의 최소공배수})}{(15,\ 5\text{의 최대공약수})} = \frac{48}{5}$$

23. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$3^1 = 3$,

$3^2 = 9$,

$3^3 = 27$,

$3^4 = 81$,

$3^5 = 243$,

...

3 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100 를 4 로 나누면 25 이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1 이다.

24. $2 \times n$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{5}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것은?

① 100 ② 200 ③ 300 ④ 400 ⑤ 500

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $2 \times n$ 이 세제곱이므로 n 은 적어도 2 가 두 번 곱해져 있고, $\frac{n}{5}$ 이 제곱이므로 n 은 5 가 세 번 곱해져 있다.

$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$

25. $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수 a, b, c 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

132 를 소인수분해하면 $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이다. 한편 $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가지므로 a 는 2 보다 크거나 같고, b 는 1 보다 크거나 같다. 또한 c 도 1 보다 크거나 같다.
따라서 a, b, c 의 최솟값은 각각 $2, 1, 1$ 이므로 구하는 합은 $2 + 1 + 1 = 4$ 이다.