

1. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 4 \leq 2 \\ 5 - 2x < 9 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 이다. 이때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$$3x - 4 \leq 2$$

$$3x \leq 6$$

$$\therefore x \leq 2$$

$$5 - 2x < 9$$

$$2x > -4$$

$$\therefore x > -2$$

따라서 $-2 < x \leq 2$ 에서 $a = -2, b = 2$ 이다.

2. 100개의 다항식 $x^2 - x - 1, x^2 - x - 2, \dots, x^2 - x - 100$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해되는 것은 모두 몇 개인가?

① 5개

② 7개

③ 9개

④ 11개

⑤ 13개

해설

$x^2 - x - n = (x + a)(x - b)$ (a, b 는 자연수)라 하면
 $b = a + 1, ab = n$ ($1 \leq n \leq 100$)

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n=ab$	2	6	12	20	30	42	56	72	90

\therefore 9(개)

3. $0 < x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 항상 $x^2 - 3 \leq (a - 1)x$ 가 성립할 때, 실수의 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a = -1$

② $a > -1$

③ $a \geq -1$

④ $a < -1$

⑤ $a \leq -1$

해설

$f(x) = x^2 - (a - 1)x - 3$ 이라 두어,
 $0 < x < 1$ 에서 $f(x) \leq 0$ 되도록 하자.

$f(0) \leq 0$ 그리고 $f(1) \leq 0$ 이면 된다.

그런데, $f(0) = -3$ 이므로

$f(1) = 1 - (a - 1) - 3 \leq 0$ 에서 $a \geq -1$

4. n 이 짝수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1}$ 의 값은?

① -2

② $-\sqrt{2}$

③ 0

④ 2

⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1} \\ &= \left\{ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 \right\}^{2n} \cdot \frac{1+i}{\sqrt{2}} + \left\{ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 \right\}^{2n} \cdot \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right) \\ &= (\pi^2)^{2n} \cdot \frac{1+i}{\sqrt{2}} + \{(-\pi)^2\}^{2n} - \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{1+i}{\sqrt{2}} + \frac{1-i}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

5. 대학수학능력시험 수리탐구 영역(I)의 문항 수는 30 개이고 배점은 40 점이다. 문항별 배점은 1 점, 1.5 점, 2 점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 1 점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

1 점짜리 문항을 x 개,

1.5 점짜리 문항을 y 개,

2 점짜리 문항을 z 개라고 하면

$$x + 1.5y + 2z = 40 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y + z = 30 \cdots \textcircled{㉡}$$

($x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$) 라고 하면

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} \times 3 = -x + z = -10,$$

$x = z + 10, z \geq 1$ 이므로

$$x = z + 10 \geq 11$$

이 때 $y = 18$ 이고 준 조건을 만족하므로

x 의 최솟값은 11