

1. 다항식 $xy^2 + 3x^2 - x + 2y - 3$ 을 x 에 관하여 내림차순으로 정리하고, x 에 대한 차수와 상수항을 말하시오.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $3x^2 + (y^2 - 1)x + (2y - 3)$

▷ 정답: x 의 차수: 2

▷ 정답: 상수항: $2y - 3$

해설

생략

2. 다음 중 x 에 대한 이차다항식은?

① $2x + 2$

② $x^2y + x - y$

③ $2x^3 + x - 2$

④ $x^3 - x$

⑤ $xy^2 + y^2$

해설

①, ⑤는 x 에 대한 일차식

③, ④는 x 에 대한 삼차식

3. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 $A \ominus B$ 와 $A \otimes B$ 을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$A \ominus B = A - 3B, \quad A \otimes B = (A + B)B$$

$$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3, \quad Q = x^3 + x^2y + xy^2 \text{ 이라 할 때,}$$

$(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 x, y 에 관한 다항식으로 나타내면?

- ① $x^4y^2 + xy^5$ ② $x^4y^2 - xy^5$ ③ $x^3y^2 - xy^4$
 ④ $x^3y^2 + xy^4$ ⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 변형하면

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots \text{①} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P - 2Q &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3 \end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5 \end{aligned}$$

4. $A = 4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2$, $B = x^2y - 3x^2y^2 - 2xy^2$ 일 때, $A + 2B$ 를 간단히 하면?

① xy^2

② x^2y

③ x^2y^2

④ $-2xy^2$

⑤ $-3x^2y^2$

해설

$$\begin{aligned} A + 2B &= (4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2) + (2x^2y - 6x^2y^2 - 4xy^2) \\ &= -3x^2y^2 \end{aligned}$$

해설

5. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by=7$

이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

6. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단, $a < c$)

$$(x-a)^2(bx-x^2-1) = (x-c)^2(dx-x^2-1)$$

- ① -4 ② 4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} a < c \text{에서 } a \neq c \text{이므로 주어진 등식에서} \\ x^2 - bx + 1 &= (x-c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2 \\ x^2 - dx + 1 &= (x-a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2 \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 1, d = -2 \\ \therefore a + b + c + d &= 0 \end{aligned}$$

7. x 에 대한 항등식 $\frac{x^2-3x-1}{x-1} - \frac{x^2-x-3}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{Ax+B}{x(x-1)(x+1)}$ 에서 $A-B$ 의 값을 수치대입법을 이용하여 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

분모를 간단히 할 수 있는 숫자를 대입해 보자.

양변에 $x=2$, $x=-2$ 를 대입해서 정리하면

$x=2$ 일 때

$$\frac{4-6-1}{1} - \frac{4-2-3}{3} + \frac{2}{2} = \frac{2A+B}{2 \times 1 \times 3}$$

$$-3 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{2A+B}{6}$$

$$\therefore 2A+B = -10 \cdots \text{㉠}$$

$x=-2$ 일 때

$$\frac{4+6-1}{-3} - \frac{4+2-3}{-1} + \frac{2}{-2} = \frac{-2A+B}{(-2)(-3)(-1)}$$

$$-3 + 3 - 1 = \frac{-2A+B}{-6}$$

$$\therefore -2A+B = 6 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A = -4$, $B = -2$

$$\therefore A-B = (-4) - (-2) = -2$$

8. n 이 자연수일 때, 다항식 $x^{2n}(x^2 + ax + b)$ 를 $(x-3)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $9^n(x-3)$ 이 될 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^{2n}(x^2 + ax + b) = (x-3)^2 Q(x) + 9^n(x-3)$
 $x^{2n}(x-3)(x-\alpha) = (x-3)(x-3)Q(x) + 9^n$ 라 놓으면,
 $x^{2n}(x-\alpha) = (x-3)Q(x) + 9^n$ 이고
양변에 $x=3$ 을 대입하면, $9^n(3-\alpha) = 9^n$
 $\therefore 3-\alpha = 1, \alpha = 2$
그러므로 $a = -5, b = 6$ 이 된다.
따라서 $a+b = 1$

9. $2012 = k$ 라 할 때, 2013×2011 을 k 로 나타내면?

- ① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$
④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

10. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

- ① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned} 125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000 \end{aligned}$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + 5 = 10 \text{ 이므로}$$

$$\text{(준 식)} = 10000 \div 10 = 1000$$

11. 두 다항식 x^2+x-2 , x^3+2x^2-3x 의 최대공약수를 $G(x)$, 최소공배수를 $L(x)$ 라 할 때, $G(2)+L(2)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 11 ③ 21 ④ 31 ⑤ 41

해설

$$\begin{aligned}x^2+x-2 &= (x+2)(x-1) \\x^3+2x^2-3x &= x(x-1)(x+3) \\ \therefore G(x) &= x-1 \\ L(x) &= x(x-1)(x+2)(x+3) \\ \therefore G(2)+L(2) &= 1+40=41\end{aligned}$$

12. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$$2x^2 - 3x + 1, 3x^2 - x - 2, x^2 + 3x - 4$$

① $x - 1$

② $2x - 1$

③ $x - 2$

④ $x + 3$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$$

$$3x^2 - x - 2 = (3x + 2)(x - 1)$$

$$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$$

따라서 최대 공약수는 $x - 1$ 이다.

13. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

14. 다항식 $f(x)$ 를 $x + \frac{1}{3}$ 으로 나누었을 때, 몫과 나머지를 $Q(x)$, R 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $3x + 1$ 으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

- ① $Q(x)$, R ② $3Q(x)$, $3R$ ③ $3Q(x)$, R
④ $\frac{1}{3}Q(x)$, R ⑤ $\frac{1}{3}Q(x)$, $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left(x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3} Q(x) (3x + 1) + R$$

15. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2 + 13x - 18 = a(x+2)(x-3) + bx(x+2) + cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

준식에

$$x = 0 \text{을 대입하면 } -18 = -6a \text{에서 } a = 3$$

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 30 = 15b \text{에서 } b = 2$$

$$x = -2 \text{을 대입하면 } -40 = 10c \text{에서 } c = -4$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$$

16. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x 에 대한
항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = -1, c = 2$ ② $a = -1, b = 1, c = -2$
③ $a = 1, b = 1, c = 2$ ④ $a = -1, b = -1, c = -2$
⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

17. $(m^2 - 4)x - 1 = m(3x + 1)$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 상수 m 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(m^2 - 3m - 4)x - 1 - m = 0$ 의 해가 없으므로
 $m^2 - 3m - 4 = 0$ 이고 $-m - 1 \neq 0$
 $\therefore m = 4$

18. 등식 $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$(준식) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

19. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

20. $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -12 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$\begin{array}{r} x-6 \\ x^3+2x+1 \overline{) x^3-4x^2+ax+b} \\ \underline{-(x^3+2x^2+x)} \\ -6x^2+(a-1)x+b \\ \underline{-(6x^2-12x-6)} \\ (a+11)x+b+6 \end{array}$$

나머지가 7이므로 $a+11=0, b+6=7$

$$\therefore a=-11, b=1$$

$$\therefore a+b=-10$$

해설

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 + ax + b &= (x+1)^2(x+k) + 7 \\ &= x^3 + (k+2)x^2 + (2k+1)x + k + 7 \end{aligned}$$

계수들 비교하면

$$k+2 = -4, 2k+1 = a, k+7 = b$$

$$k = -6 \text{ 이므로 } a = -11, b = 1$$

$$\therefore a+b = -10$$

21. $3x^3 - 5x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이 x 에 대한
 항등식일 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① -16 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 25

해설

$$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d = (x-1)\{a(x-1)^2 + b(x-1) + c\} + d$$

$$= (x-1)(x-1)[a(x-1) + b] + c + d \text{ 이므로}$$

조립제법을 쓰면

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 3 & 0 & -5 & 2 \\
 & & 3 & 3 & -2 \\
 \hline
 1 & 3 & 3 & -2 & 0 & \leftarrow d \\
 & & 3 & 6 & & \\
 \hline
 1 & 3 & 6 & 4 & & \leftarrow c \\
 & & 3 & & & \\
 \hline
 & 3 & 9 & & & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & & & \\
 & a & & & &
 \end{array}$$

$$a+b+c+d = 3+9+4+0 = 16$$

해설

이 문제의 경우 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x=2$ 를
 대입해서 한꺼번에 구하는 값을 얻을 수 있다.

22. $x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $A(x-3)^3 + B(x-3)^2 + C(x-3) + D$ 로 나타낼 때, $ABCD$ 의 값을 구하면?

- ① -20 ② 40 ③ -60 ④ 120 ⑤ -120

해설

$x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $x - 3$ 에 대해 내림차순으로 정리하기 위해 $x - 3$ 으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로 D, C, B, A 가 되므로

$$\begin{array}{r|rrrr}
 3 & 1 & -4 & 5 & -3 \\
 & & 3 & -3 & 6 \\
 \hline
 3 & 1 & -1 & 2 & 3 & \leftarrow d \\
 & & 3 & 6 & \\
 \hline
 3 & 1 & 2 & 8 & \leftarrow c \\
 & & 3 & \\
 \hline
 & 1 & 5 & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & \\
 & a & &
 \end{array}$$

$\therefore ABCD = 1 \times 5 \times 8 \times 3 = 120$

23. 다음 ㉠~㉤중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

$$\text{㉠ } x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x+y)(x-y)$$

$$\text{㉡ } 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x-2y)(3x+y)$$

$$\text{㉢ } x^3 - 125 = (x-5)(x^2 - 5x + 25)$$

$$\text{㉣ } 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2 = (2x-y+2)(x-y+1)$$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$\text{㉠ } x^2(a-b) - y^2(b-a) = x^2(a-b) + y^2(a-b) = (a-b)(x^2+y^2)$$

$$\text{㉡ } 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x+2y)(3x-y)$$

$$\text{㉢ } x^3 - 125 = (x-5)(x^2 + 5x + 25)$$

$$\text{㉣ } 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$$

$$= 2x^2 - (4+y)x - (y^2 - y - 2)$$

$$= 2x^2 - (4+y)x - (y-2)(y+1)$$

$$= \{2x + (y-2)\} \{x - (y+1)\}$$

$$= (2x+y-2)(x-y-1)$$

24. 다음 식을 인수분해하여라.

$$ax^2 + (a^2 + 5)x + 5a$$

▶ 답:

▷ 정답: $(x + a)(ax + 5)$

해설

$$ax^2 + (a^2 + 5)x + 5a = (ax + 5)(x + a)$$

25. $\frac{bx(a^2x^2 + 2a^2y^2 + b^2y^2)}{bx + ay} + \frac{ay(a^2x^2 + 2b^2x^2 + b^2y^2)}{bx + ay}$ 을 간단히 하면?

- ① $a^2x^2 + b^2y^2$ ② $(ax + by)^2$
③ $(bx + ay)^2$ ④ $2(a^2x^2 + b^2y^2)$
⑤ $(ax + by)(bx + ay)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{분자}) &= bx(a^2x^2 + 2a^2y^2 + b^2y^2) + ay(a^2x^2 + 2b^2x^2 + b^2y^2) \\ &= bx(a^2x^2 + b^2y^2) + 2a^2bxy^2 + ay(a^2x^2 + b^2y^2) + 2ab^2x^2y \\ &= (a^2x^2 + b^2y^2)(bx + ay) + 2abxy(ay + bx) \\ &= (bx + ay)(a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) \\ &= (bx + ay)(ax + by)^2 \\ \text{따라서, (준 식)} &= (ax + by)^2\end{aligned}$$

26. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$

② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2)$ 이므로

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

(준 식) $= \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

27. $x^4 - 6x^2 + 1$ 을 인수분해 하였더니 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 되었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 1 &= (x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 \\&= (x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) \\&\therefore a + b + c + d = -2\end{aligned}$$

28. 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립할 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

$$[(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 = 4 \times 3^n$$

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & [(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 \\ &= 4 \times 3^n \\ & 4[(x+y)(x-y)]^n = 4 \times 3^n \\ & 4(x^2 - y^2)^n = 4 \times 3^n \\ & \therefore x^2 - y^2 = 3 \end{aligned}$$

29. 다음 식 $(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a+b$

② $b+c$

③ $c+a$

④ $b-a$

⑤ $-b-c$

해설

전개하여 a 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$$

$$= (b+c)a^2 + (b^2+2bc+c^2)a + bc(b+c)$$

$$= (b+c)\{a^2 + (b+c)a + bc\}$$

$$= (b+c)(a+b)(a+c)$$

∴ ④ $b-a$ 는 인수가 아니다

30. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

① $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

② $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③ $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤ $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= (3x - (y + 3))(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$