

1. $0 < a < b$ 인 실수, a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$

④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$ 에서 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \dots \textcircled{\text{㉠}}$

㉠의 양변에 1을 더하면

$\frac{1}{a} + 1 > \frac{1}{b} + 1, \frac{1+a}{a} > \frac{1+b}{b} \dots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 ㉡의 역수를 취하면 $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

2. $-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 일 때, $a < x - y < b$ 를 계산하여 $b - a$ 의 값을 구하면?

① -14 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ -5

해설

$-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 에서
 $x - y$ 의 가장 작은 값은 $-1 - 3 = -4$
가장 큰 값은 $2 - 1 = 1$
 $\therefore -4 < x - y < 1$ 이므로 $a = -4$, $b = 1$
 $b - a = 1 + 4 = 5$

3. 부등식 $3x + 2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x + 2 \geq 8, 3x \geq 6 \therefore x \geq 2$$

4. 부등식 $ax + 1 > 3x + 2a$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(a - 3)x > 2a - 1$ 이므로
먼저 $a = 3$ 인 경우를 생각하면
(좌변)=0, (우변)=5가 되어 부등식이 성립하지 않는다.
따라서 $a \neq 3$ 인 경우만 생각하면 된다.
(i) $a > 3$ 이면 $x > \frac{2a-1}{a-3}$ 이 되어 $x < 1$ 의 형태가 될 수 없다.
(ii) $a < 3$ 이면 $x < \frac{2a-1}{a-3} = 1$ 에서 $2a - 1 = a - 3 \therefore a = -2$

5. 연립부등식 $\begin{cases} x-4 < 2x+1 \\ 3x+6 \geq -1+4x \end{cases}$ 를 풀어라.

① $5 < x \leq 7$

② $-5 < x, 7 \leq x$

③ $-5 < x \leq 7$

④ $-7 \leq x < 5$

⑤ $-7 \leq x < -5$

해설

$$\begin{cases} x-4 < 2x+1 \\ 3x+6 \geq -1+4x \end{cases} \quad \begin{cases} x > -5 \\ x \leq 7 \end{cases}$$

$$\therefore -5 < x \leq 7$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀어라.

① $-2 < x \leq 1$

② $1 < x \leq 2$

③ $-1 \leq x < 2$

④ $1 < x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x \leq -2+6 \\ x > -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < x \leq 2$$

7. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \leq 11$ 를 만족하는 정수를 모두 구하면?

① $-1, 0, 1$

② $0, 1, 2$

③ $-1, 0, 1, 2$

④ $-2, -1, 0, 1$

⑤ $0, 1, 2, 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \leq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 : $-1, 0, 1, 2$ 이다.

8. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

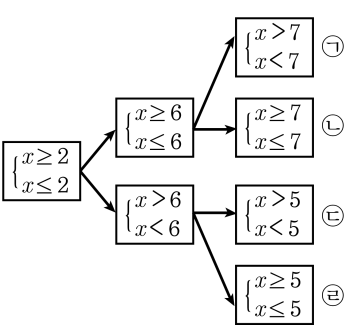
만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

9. 다음은 해가 각각 다른 연립부등식이다. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 개수를 가지는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 는 해가 한 개이므로 한 개 있는

$\begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 6 \end{cases}$ 쪽으로 간다.

같은 방법으로 $\begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 7 \end{cases}$ 쪽으로 가게 된다.

그러므로 도착하는 곳은 ㉡ 이다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 2 \geq -10 \\ 6 - x > 3 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, 상수 $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 6 - x > 3 &\rightarrow x < 3 \\ 4x - 2 \geq -10 &\rightarrow x \geq -2 \\ \therefore a + b &= -2 + 3 = 1 \end{aligned}$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a-3 \end{cases}$$

해가 없으므로 $a-3 \leq 2$

$$\therefore a \leq 5$$

a 의 최댓값은 5 이다.

12. 어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배 하면 20 보다 크고, 어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다고 한다. 어떤 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

어떤 정수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만들어 본다. ‘어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배하면 20 보다 크고’ 를 식으로 표현하면, $5(x - 10) > 20$ 이고, ‘어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다’ 를 식으로 표현하면, $2x - 4 < 28$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 5(x - 10) > 20 \\ 2x - 4 < 28 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x > 14 \\ x < 16 \end{cases}$$
 따라서 $14 < x < 16$ 이다.

x 는 정수이므로 15 이다.

13. 부등식 $|x - 1| + |x + 2| < 9$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(i) $x < -2$ 일 때
 $-(x - 1) - (x + 2) < 9$
 $-x + 1 - x - 2 < 9, x > -5$
 $\therefore -5 < x < 2$
(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때
 $-(x + 1) + x + 2 < 9, -x + 1 + x + 2 < 9$
 $0 \cdot x < 6$ 이므로 $-2 \leq x < 1$ 인 범위의 모든 x 는 주어진 부등식의 해가 된다.
 $\therefore -2 \leq x < 1$
(iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $(x - 1) + (x + 2) < 9, x < 4$
 $\therefore 1 \leq x < 4$
(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5 < x < 4$
따라서 정수는 8개

14. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

15. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

- ① $-15 < x < 12$ ② $-15 < x < 5$ ③ $-7 < x < 5$
④ $-7 < x < 2$ ⑤ $-5 < x < 7$

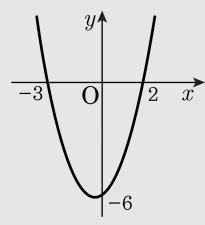
해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x+7)(x-5) < 0 \\ \therefore -7 < x < 5$$

16. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$ 을 풀면?

- ① $x < -3$ 또는 $x > 2$ ② $x < -2$ 또는 $x > 3$
③ $x < -1$ 또는 $x > 4$ ④ $x < 0$ 또는 $x > 5$
⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

17. 연립부등식 $\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \\ (x+1)^2 < 4 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x \leq -1, \frac{2}{3} < x < 1$ ② $-1 < x \leq -3, \frac{2}{3} \leq x < 2$
③ $-2 < x \leq 0, \frac{1}{3} < x < 1$ ④ $-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$
⑤ $-4 < x \leq -2, \frac{1}{3} < x < 1$

해설

$$\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)^2 < 4 \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+2)(3x-2) \geq 0$ 이므로

$$x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq \frac{2}{3}$$

(나)에서 $-2 < x+1 < 2,$

$-3 < x < 1$ 이므로

$$-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$$

18. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+1 \geq \frac{1}{2}x-4 \\ 4x-4 < x+2 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 작은

정수를 a , 가장 큰 정수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3x+1 \geq \frac{1}{2}x-4$ 의 양변에 2를 곱하면

$$6x+2 \geq x-8$$

$$5x \geq -10$$

$$x \geq -2$$

$$4x-x < 2+4$$

$$3x < 6, \quad x < 2$$

$$\text{그러므로 } -2 \leq x < 2$$

$$a+b = (-2) + 1 = -1$$

19. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9 - x)$ 개 , 복숭아의 개수 : x 개

$$2800 \leq 200(9 - x) + 500x \leq 3600$$

$$\begin{cases} 2800 \leq 200(9 - x) + 500x \\ 200(9 - x) + 500x \leq 3600 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{10}{3} \leq x \leq 6$$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

20. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

21. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
 $D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
 $k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$
 $\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}$ 이므로
 $ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

22. 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \leq 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 0$

② $-2 < k < 0$

③ $0 \leq x \leq 2$

④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0$, 또는 $k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면

방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0, \quad k(k - 2) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 2$$

23. 부등식 $x^2 + x + m \geq 0$ 의 x 의 값에 관계없이 성립할 때, 실수 m 의 최솟값은?

① -4 ② 0 ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$x^2 + x + m \geq 0$ 이 x 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$x^2 + x + m = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D = 1^2 - 4m \leq 0 \quad \therefore m \geq \frac{1}{4}$$

따라서 실수 m 의 최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

24. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 가 성립할 때 a 의 최솟값을 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 에서
 $(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x + (2a - 5) \geq 0$
이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로
 $a - 2 > 0 \cdots \textcircled{1}$
판별식 $\frac{D}{4} = (a - 2)^2 - (a - 2)(2a - 5) \leq 0$ 이므로
 $a^2 - 4a + 4 - (2a^2 - 9a + 10)$
 $= a^2 - 4a + 4 - 2a^2 + 9a - 10$
 $= -a^2 + 5a - 6$
 $= -(a^2 - 5a + 6)$
 $= -(a - 2)(a - 3) \leq 0$
따라서 $(a - 2)(a - 3) \geq 0$ 이므로
 $a \leq 2$ 또는 $a \geq 3 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a \geq 3$
따라서 a 의 최솟값은 3

25. 이차부등식 $ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a < 0$

③ $a < 2$

④ $a < 4$

⑤ $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립하려면

i) $a < 0$

ii) $ax^2 + 4x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$$

$$a^2 - 4 > 0, (a + 2)(a - 2) > 0$$

$\therefore a < -2$ 또는 $a > 2$

i), ii)의 공통 범위를 구하면 $a < -2$

26. $a(x^2 - 2x + 2) > 2x$ 을 만족하는 x 가 존재하지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a \leq 1 - \sqrt{2}$ ② $a \leq 1$ ③ $a \leq 1 + \sqrt{2}$
④ $0 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq \sqrt{2}$

해설

모든 실수 x 에서 $ax^2 - 2(a+1)x + 2a \leq 0$

i) $a \leq 0$

ii) $D/4 = (a+1)^2 - 2a^2 = -a^2 + 2a + 1 \leq 0$

$a^2 - 2a - 1 \geq 0$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$ 또는 $a \geq 1 + \sqrt{2}$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$

27. $x^2 - 2ax + 2a + 3 < 3$ 을 만족하는 x 가 없도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 9개

해설

$x^2 - 2ax + 2a + 3 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면

모든 실수 x 에 대하여

$x^2 - 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2a + 3) \leq 0, (a - 3)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

따라서, 구하는 정수 a 의 개수는

-1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

28. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

29. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 x 의 개수는?

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 4개
- ④ 6개
- ⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$
해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,
즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면
 $ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이
 $ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로
 $b = a, c = -2a \cdots (가)$
(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면
 $-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$
이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식
 $D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로
 $2x^2 + x + 1 > 0$ 은
모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
따라서 주어진 부등식을 만족하는
한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \cdots, 9$ 의 9개이다.

30. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4$, $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6$, $k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

31. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $-1 < a < 3$

③ $0 \leq a \leq 3$

④ $-1 < a < 4$

⑤ $-1 \leq a \leq 4$

해설

(i) $a = 0$ 일 때, 성립한다.

(ii) $a \neq 0$ 일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서 $D \leq 0$ 이므로
 $a^2 - 3a \leq 0$

$\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$

32. 다음 부등식을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수는?

$$x^2 < 3x + 40, \quad 3x^2 - 7x \geq 40$$

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$x^2 < 3x + 40$, $x^2 - 3x - 40 < 0$,
 $(x - 8)(x + 5) < 0$, $-5 < x < 8$
 $3x^2 - 7x \geq 40$, $3x^2 - 7x - 40 \geq 0$
 $(3x + 8)(x - 5) \geq 0$,
 $x \geq 5$ 또는 $x \leq -\frac{8}{3} \rightarrow$
공통범위는 $-5 < x \leq -\frac{8}{3}$, $5 \leq x < 8$
정수는 $-4, -3, 5, 6, 7$: 5개이다.

33. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{1}$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \dots\dots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$