

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

2. 20이하의 홀수 중에서 두 자리 소수를 모두 고른 것은?

① 11, 13, 17

② 11, 13, 15, 17

③ 11, 13, 15, 19

④ 11, 15, 17, 19

⑤ 11, 13, 17, 19

해설

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19의 수 중에서
두 자리 소수는 11, 13, 17, 19 이다.

3. 108 을 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 4×27

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3^2$

해설

$$2 \overline{)108}$$

$$2 \overline{)54}$$

$$3 \overline{)27}$$

$$3 \overline{)9}$$

$$3$$

4. 72 의 소인수를 모두 구하면?

① 8, 9

② 2, 3

③ $2^3, 3^2$

④ 11, 51

⑤ 2, 36

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2 와 3 이다.

$\therefore 2, 3$

5. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

6. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고

$2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 1$, $b = 2$

7. 세 수 2×7^2 , $2^2 \times 7 \times 11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7 \times 11$

② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$

③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$

④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

8. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 42

② 49

③ 56

④ 60

⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,

$$G \times L = A \times B$$

$420 = 7 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 60$$

9. 어떤 자연수를 12로 나누었더니, 몫이 5이고 나머지가 7이었다. 이 수를 13으로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

어떤 자연수를 A 라 하면 $A = 12 \times 5 + 7 = 13 \times 5 + 2$ 이므로 $a = 5$, $b = 2$ 이므로 $a + b = 5 + 2 = 7$ 이다.

10. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

① 129

② 672

③ 501

④ 342

⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

11. 다음 중 63 의 약수가 아닌 것을 고르면?

① 1

② 3^2

③ 7

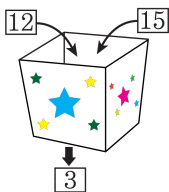
④ 3×7

⑤ 7^2

해설

$$63 = 3^2 \times 7$$

12. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 개의 숫자카드를 넣으면 두 수의 최대공약수가 적힌 한 장의 카드가 나온다고 한다. 다음 물음에 답하여라. 갑, 을, 병 세 사람이 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



갑 : 4, 12 을 : 15, 40 병 : 16, 40

▶ 답 :

▷ 정답 : 갑

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 6 \\ 2 \end{array} \quad \therefore \text{최대공약수} : 2^2$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 20 \\ 20 \\ 10 \\ 10 \end{array} \quad \therefore \text{최대공약수} : 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 20 \\ 20 \\ 10 \\ 10 \end{array} \quad \therefore \text{최대공약수} : 2^3$$

따라서 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 갑이다.

13. 두 자연수 $2^4 \times 3 \times 5^2$, 2×5^2 의 공약수가 될 수 없는 것을 모두 고르면?(정답 3개)

① 2^2

② 2×5

③ 5

④ $2^2 \times 5$

⑤ $2^4 \times 3 \times 5^2$

해설

최대 공약수는 2×5^2 이고, 공약수는 최대 공약수의 약수이므로
 $1, 2, 5, 2 \times 5, 5^2, 2 \times 5^2$ 이다.

14. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

① 6개

② 7개

③ 8개

④ 9개

⑤ 10개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9개이다.

15. 사과 108 개와 귤 144 개를 하나도 빠짐없이 몇 명의 사람들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 가능한 한 많은 사람에게 나누어 줄 때, 한 사람이 받는 귤의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

사람의 수는 108 과 144 의 최대공약수이다.

$$108 = 2^2 \times 3^3, 144 = 2^4 \times 3^2$$

따라서 사람의 수는 $2^2 \times 3^2 = 36$ (개)

따라서 한 사람이 받는 귤의 개수는 $144 \div 36 = 4$ (개)

16. 101 을 나누면 4 가 부족하고 62 를 나누면 1 이 부족한 수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$105 = 3 \times 5 \times 7$, $63 = 3^2 \times 7$ 이므로
최대공약수는 $3 \times 7 = 21$,
21 의 약수 중 나머지 4 보다 큰 수는 7, 21
따라서 가장 작은 수는 7이다.

17. 두 분수 $\frac{55}{42}$, $\frac{22}{35}$ 에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다.
이러한 수 중 가장 작은 수를 곱하여 만들어진 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 37

해설

곱해야 할 수는 분자가 42, 35의 최소공배수이고, 분모가 55, 22의 최대공약수인 분수이다.

분자 : $7 \times 6 \times 5 = 210$, 분모 : 11

$$\frac{55}{42} \times \frac{210}{11} = 25, \quad \frac{22}{35} \times \frac{210}{11} = 12$$

$$\therefore 25 + 12 = 37$$

18. 약수의 개수가 12 개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

소인수가 1 개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로

$$2^{11}, 3^{11}, \dots$$

소인수가 2 개일 때, $12 = 4 \times 3 = 6 \times 2$

$$2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$$

$$2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$$

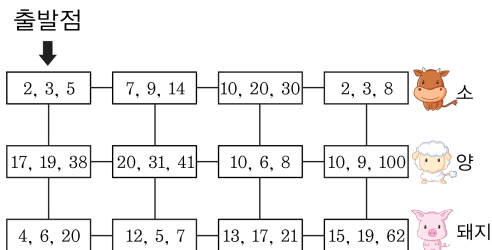
소인수가 3 개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$

$$2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$$

따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.

$$\therefore 84 - 60 = 24$$

19. 모범이는 출발점에서 시작하여 만나는 네모 칸에 들어 있는 세 수가 각각 ‘서로소’ 이면 ‘오른쪽’ 으로 한 칸을 움직이고, 그렇지 않으면 ‘아래쪽’ 으로 한 칸을 움직여 지나간다고 한다. 모범이가 도착한 곳에서 만나는 동물을 말하여라. 이때, 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는다.



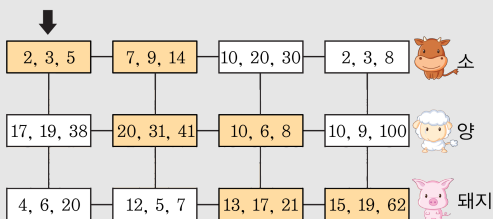
▶ 답 :

▷ 정답 : 돼지

해설

모범이가 지나가는 칸을 색칠하면 다음과 같다.

출발점



따라서 모범이가 만나는 동물은 돼지이다.

20. 두 수 $2 \times 3 \times 5^\square$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^\square \times 3^\square \times 5^2 \times 7^\square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 숫자들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2 \times 3 \times 5^\square$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3^2 \times 5^\square \times 7^2$ 이다.

또, $2 \times 3 \times 5^\square$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^\square \times 3^\square \times 5^2 \times 7^\square$ 이므로 위에서 구한 최소공배수와 비교해 보면 $2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 이다.

따라서 $\square$ 안에 들어가는 수는 차례대로 2, 1, 2, 2 이고, 구하는 값은 8 이다.

21. 네 수 14, 42, 56, A 의 최소공배수가 336 일 때, A 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 336

해설

$14 = 2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $56 = 2^3 \times 7$, $336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이므로,
 A 값이 될 수 있는 수는 $2^4 \times 3^x \times 7^y$ (x, y 는 0 또는 1)이며,
최댓값을 가질 때는 $x, y = 1$ 일 때이므로 A 의 최댓값은 336
이다.

22. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

① 12

② 10

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.

4 의 약수는 1, 2, 4 이다.

따라서 8 이다.

23. 1 부터 100 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 100$ 에서 2 의 배수의 개수 : 50 개

2^2 의 배수의 개수 : 25 개

2^3 의 배수의 개수 : 12 개

2^4 의 배수의 개수 : 6 개

2^5 의 배수의 개수 : 3 개

2^6 의 배수의 개수 : 1 개이고,

5 의 배수의 개수 : 20 개

5^2 의 배수의 개수 : 4 개이므로

$$\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 100 = 2^{97} \times 5^{24} \times \cdots$$

$$= A \times (2 \times 5)^{24}$$

$$\therefore n = 24$$

24. 어떤 교차로의 신호등 A는 10초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, 신호등 B는 12초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼지며, 신호등 C는 14초 동안 켜져 있다가 4초 동안 꺼진다. 이 세 신호등이 동시에 켜진 후 다시 처음으로 동시에 켜지기까지는 몇 초가 걸리겠는가?

① 90초

② 180초

③ 210초

④ 360초

⑤ 420초

해설

10 + 2, 12 + 3, 14 + 4의 최소공배수는 180이므로
180초 후에 다시 처음으로 동시에 켜진다.

25. $\frac{x-9}{2} = \frac{y}{3}$ 를 만족하는 두 자연수 x, y 의 최소공배수가 45 일 때, x, y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x-9}{2} = \frac{y}{3} \rightarrow 3 \times (x-9) = 2 \times y ,$$

x, y 의 최소공배수가 $45 = 3^2 \times 5$,

위 두 조건을 만족시키는 x, y 의 값은 $x = 15$, $y = 9$ 이다.

$\therefore (x, y \text{의 최대공약수}) = 3$