

1. $3\sqrt{5} - \sqrt{20} - 2\sqrt{45}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $-2\sqrt{5}$

② $-3\sqrt{5}$

③ $-4\sqrt{5}$

④ $-5\sqrt{5}$

⑤ $-6\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{5} - \sqrt{20} - 2\sqrt{45} &= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 6\sqrt{5} \\ &= -5\sqrt{5} \end{aligned}$$

2. $\sqrt{48} - 4\sqrt{32} + 3\sqrt{12} + \sqrt{50}$ 을 $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값은?

① -21

② -1

③ 4

④ 9

⑤ 21

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{48} - 4\sqrt{32} + 3\sqrt{12} + \sqrt{50} \\&= 4\sqrt{3} - 16\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 5\sqrt{2} \\&= 10\sqrt{3} - 11\sqrt{2} \\a &= 10, b = -11 \\ \therefore a + b &= -1\end{aligned}$$

3. $\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{2}} = a\sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ 1

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \sqrt{16 \times 2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= -\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}$$

4. $\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{6}) = x\sqrt{2} + y\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① 12

② 8

③ 4

④ 0

⑤ -4

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$$

$$= 4\sqrt{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$$

$$= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 2, y = -2$$

$$\therefore x + y = 2 + (-2) = 0$$

5. $\frac{6(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{27} - \sqrt{18}}{\sqrt{3}}$ 를 간단히 하면?

① $2 - 4\sqrt{6}$

② $3 - 3\sqrt{6}$

③ $2\sqrt{6} - 1$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ $4\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{6(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{27} - \sqrt{18}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{6(\sqrt{6} + 3)}{3} - \frac{(18 - 3\sqrt{6})}{3} \\ &= 2\sqrt{6} + 6 - 6 + \sqrt{6} = 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

6. $2\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{6}\right) - \frac{a}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2} - 2)$ 가 유리수가 되도록 유리수 a 의 값을 정하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$2\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{6} \times \sqrt{6} - \frac{a}{\sqrt{2}} \times 4\sqrt{2} + \frac{a}{\sqrt{2}} \times 2$$

$$= 2\sqrt{2} - 12 - 4a + a\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}(2 + a) - 12 - 4a$$

유리수가 되기 위해서 $a + 2 = 0$

$$\therefore a = -2$$

7. 식 $\left(3 - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 5b\right)$ 가 유리수의 값을 가질 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = \frac{2}{5}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(3 - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 5b\right) \\ &= \left(3 - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + 5b\right) \\ &= \sqrt{3} + 15b - \frac{1}{2}a - \frac{5\sqrt{3}}{2}ab \end{aligned}$$

유리수의 값을 가져야 하므로 $\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2}ab = 0$ 이어야 한다.

$\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2}ab$ 이고, $1 = \frac{5}{2}ab$ 이므로 $ab = \frac{2}{5}$ 이다.

8. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳은 것을 두 개 고르면?

① $\sqrt{15} + 1 < 2\sqrt{15} - 1$

② $2\sqrt{5} + \sqrt{7} > \sqrt{5} + 2\sqrt{7}$

③ $3\sqrt{5} - 4\sqrt{2} < 4\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{5} - 3 > 5\sqrt{5} - 2$

⑤ $3 - \sqrt{10} < 5 - 2\sqrt{10}$

해설

② $2\sqrt{5} + \sqrt{7} > \sqrt{5} + 2\sqrt{7}$

$$2\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5} - 2\sqrt{7} = \sqrt{5} - \sqrt{7} < 0$$

$$\therefore 2\sqrt{5} + \sqrt{7} < \sqrt{5} + 2\sqrt{7}$$

④ $3\sqrt{5} - 3 > 5\sqrt{5} - 2$

$$3\sqrt{5} - 3 - 5\sqrt{5} + 2 = -2\sqrt{5} - 1 < 0$$

$$\therefore 3\sqrt{5} - 3 < 5\sqrt{5} - 2$$

⑤ $3 - \sqrt{10} < 5 - 2\sqrt{10}$

$$3 - \sqrt{10} - 5 + 2\sqrt{10} = -2 + \sqrt{10} > 0$$

$$\therefore 3 - \sqrt{10} > 5 - 2\sqrt{10}$$

9. $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} - 3 = A$, $\frac{12}{\sqrt{3}} - \sqrt{12} = B$ 일 때, $A + \sqrt{2}B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 + 2\sqrt{6}$

해설

$$A = \frac{\sqrt{32} \times \sqrt{2}}{2} - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$\sqrt{2}B = \sqrt{2} \left(\frac{12}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} \right) = \frac{12\sqrt{6}}{3} - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore A + \sqrt{2}B = 1 + 2\sqrt{6}$$

10. $\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + \sqrt{162}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $13\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{4\sqrt{6}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} + \sqrt{9 \times 9 \times 2} \\&= \frac{4 \times 3\sqrt{2}}{3} + 9\sqrt{2} \\&= 4\sqrt{2} + 9\sqrt{2} \\&= 13\sqrt{2}\end{aligned}$$

11. $A = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{4\sqrt{2}}{3}$, $B = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{4}$ 일 때, $\sqrt{3}A + 4\sqrt{2}B$ 의 값을 구하면?

① $2 + 4\sqrt{6}$

② $4 + 4\sqrt{6}$

③ $4 + 6\sqrt{6}$

④ $6 + 6\sqrt{6}$

⑤ $6 + 8\sqrt{6}$

해설

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$B = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\sqrt{3}A + 4\sqrt{2}B$$

$$= \sqrt{3} \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \right) + 4\sqrt{2} \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$= \frac{4\sqrt{6}}{3} + \frac{6}{3} + \frac{8\sqrt{6}}{3} + 2$$

$$= \frac{12\sqrt{6}}{3} + 4$$

$$= 4 + 4\sqrt{6}$$

12. $12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) = a\sqrt{2} + b\sqrt{10}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수이다.)

① -11

② -5

③ 10

④ 17

⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} & 12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) \\ &= 36\sqrt{10} - 12\sqrt{2} - 8\sqrt{10} + \sqrt{2} = -11\sqrt{2} + 28\sqrt{10} \\ &\therefore a = -11, b = 28 \rightarrow a + b = -11 + 28 = 17 \end{aligned}$$

13. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 을 간단히 하면?

① $-2\sqrt{6}$

② $2 - 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$

④ $3\sqrt{2} - \sqrt{6}$

⑤ $3\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{3})}{(\sqrt{6} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3})} + \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \\ &= \frac{6\sqrt{3} - 3\sqrt{6}}{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{6} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{2} - \sqrt{6} \end{aligned}$$

14. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ 의 분모를 유리화하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $9 - 4\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} &= \frac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} \\ &= \frac{5-4\sqrt{5}+4}{5-4} \\ &= 9-4\sqrt{5}\end{aligned}$$

15. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} - \frac{3}{\sqrt{3}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2 - 2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} - \frac{3\sqrt{3}}{3} &= \frac{4-2\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \\ &= 2 - 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

16. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 틀린 것은?

① $\sqrt{6} + 2 < \sqrt{6} + 3$

② $4 - \sqrt{7} < 2\sqrt{7} - 2$

③ $2\sqrt{3} + 3 < 6\sqrt{3} - 5$

④ $2\sqrt{5} - \sqrt{8} < \sqrt{20} + 3\sqrt{2}$

⑤ $3 + \sqrt{3} < 10 - \sqrt{12}$

해설

③ $2\sqrt{3} + 3 < 6\sqrt{3} - 5$

$$2\sqrt{3} + 3 - 6\sqrt{3} + 5 = -4\sqrt{3} + 8 = -\sqrt{48} + \sqrt{64} > 0$$

$$\therefore 2\sqrt{3} + 3 > 6\sqrt{3} - 5$$

17. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $\sqrt{24} > 5$

② $\sqrt{10} < 3$

③ $-\sqrt{19} > -4$

④ $\frac{1}{2} > \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $\sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

해설

$a - b > 0$ 일 때, $a > b \rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

$a - b > 0 \rightarrow a > b,$

$a - b = 0 \rightarrow a = b,$

$a - b < 0 \rightarrow a < b$

① 양변을 제곱하면 $24 < 25$

$\therefore \sqrt{24} < 5$

② 양변을 제곱하면 $10 > 9$

$\therefore \sqrt{10} > 3$

③ $-19 < -16$ 이므로

$\therefore -\sqrt{19} < -4$

④ 양변을 제곱하면 $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $(\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

* 양변에 -2 가 공통으로 들어있기 때문에 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 대소만을 비교해서 판단해도 된다.

18. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6 - 4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

19. $\sqrt{32} + \frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2} \times \sqrt{\frac{4}{5}} \times \sqrt{125} = b\sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = 3$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{20}{100}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} &= \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 1$$

20. a, b 가 유리수일 때, $(\sqrt{3} - 1)a + 2b = 0$ 을 만족하는 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 0$

▷ 정답: $b = 0$

해설

동류항끼리 정리하면 $\sqrt{3}a + (-a + 2b) = 0$ 이므로 $a = 0, b = 0$

21. 세 실수 $A = \sqrt{20} + \sqrt{80}$, $B = \sqrt{21} + \sqrt{79}$, $C = \sqrt{22} + \sqrt{78}$ 의 대소 관계가 바르게 된 것은?



① $A < B < C$

② $A < C < B$

③ $B < A < C$

④ $C < A < B$

⑤ $C < B < A$

해설

A , B , C 가 모두 양수이므로 A^2 , B^2 , C^2 을 구해서 비교해도 좋다.

$$\begin{aligned} A^2 &= (\sqrt{20} + \sqrt{80})^2 \\ &= 20 + 2\sqrt{20 \times 80} + 80 = 100 + 2\sqrt{1600} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B^2 &= (\sqrt{21} + \sqrt{79})^2 \\ &= 21 + 2\sqrt{21 \times 79} + 79 = 100 + 2\sqrt{1659} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^2 &= (\sqrt{22} + \sqrt{78})^2 \\ &= 22 + 2\sqrt{22 \times 78} + 78 = 100 + 2\sqrt{1716} \end{aligned}$$

$$\sqrt{1600} < \sqrt{1659} < \sqrt{1716} \text{ 이므로 } A^2 < B^2 < C^2$$

$$\therefore A < B < C$$

22. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

23. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(80)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{f(a)} &= \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} \\
 &= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})} \\
 &= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a} \\
 &= \sqrt{a+1} - \sqrt{a} \text{ 이므로} \\
 (\text{준식}) &= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \\
 &\quad \cdots + (\sqrt{81} - \sqrt{80}) \\
 &= \sqrt{81} - \sqrt{1} = 9 - 1 = 8
 \end{aligned}$$

24. $\frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}}$ 을 계산하면?

① $-2\sqrt{6}$

② $-\sqrt{6}$

③ $\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

분모를 유리화하면,

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{2}(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} - \frac{\sqrt{2}(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} \\ &= \frac{\sqrt{2}(2 - \sqrt{3})}{4 - 3} - \frac{\sqrt{2}(2 + \sqrt{3})}{4 - 3} \\ &= 2\sqrt{2} - \sqrt{6} - (2\sqrt{2} + \sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{2} - \sqrt{6} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6} \\ &= -2\sqrt{6} \end{aligned}$$

25. $4 + \sqrt{3}$ 의 소수 부분이 a , 정수 부분이 b 일 때, $ab - \frac{2}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3} - 6$

해설

$$4 + \sqrt{3} = 5.\times\times\circ\text{이므로}$$

$$a = \sqrt{3} - 1, b = 5$$

$$\frac{2}{a} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \sqrt{3} + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore ab - \frac{2}{a} &= 5(\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 1) \\ &= 5\sqrt{3} - 5 - \sqrt{3} - 1 \\ &= 4\sqrt{3} - 6\end{aligned}$$