

1. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

①  $x^2 - 2x + 1 = 0$

②  $x^2 - 6x + 9 = 0$

③  $x^2 + x + 2 = 0$

④  $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤  $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

①  $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$  : 중근

②  $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$  : 중근

③  $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$  : 근이 없다.

④  $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$  : 근이 없다.

⑤  $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$  : 서로 다른 두 근

2. 이차방정식  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{6}x = \frac{5}{12}$  의 두 근의 합을  $a$ , 두 근의 곱을  $b$  라 할 때,  $a + b$  의 값은?

- ① -5      ② -3      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

해설

양 변에 12 를 곱하면  $3x^2 + 10x = 5$ ,  $3x^2 + 10x - 5 = 0$

두 근의 합  $a = -\frac{10}{3}$

두 근의 곱  $b = -\frac{5}{3}$

$\therefore a + b = -\frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -5$

3. 이차방정식  $x^2 - 2x + a = 0$  의 한 근이  $1 - \sqrt{3}$  일 때, 유리수  $a$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

한 근이  $1 - \sqrt{3}$  이므로 다른 한 근은  $1 + \sqrt{3}$

두 근의 곱은  $a$  이므로

$$\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$$

4. 이차방정식  $3x^2 + bx + c = 0$  의 두 근을  $-1$  과  $2$  라고 할 때,  $bx^2 + cx + 1 = 0$  의 두 근의 합은?

- ①  $-9$       ②  $-2$       ③  $-\frac{1}{2}$       ④  $-\frac{1}{3}$       ⑤  $2$

해설

$$-1 + 2 = -\frac{b}{3}, b = -3$$

$$(-1) \times 2 = \frac{c}{3}, c = -6$$

$$-3x^2 - 6x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은  $-\frac{(-6)}{-3} = -2$  이다.

5. 다음은 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} = -\frac{c}{a} + \text{①}$$

$$(x + \text{②})^2 = \text{③}$$

$$x = \text{④} \pm \text{⑤}$$

$$\text{①} \quad \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\text{②} \quad \frac{b}{2a}$$

$$\text{③} \quad \frac{b^2 - 4ac}{2a}$$

$$\text{④} \quad -\frac{b}{2a}$$

$$\text{⑤} \quad \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

∴ ③이 잘못되었다.

6. 다음은 이차방정식  $ax^2 + 2bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ )을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단,  $b^2 - ac \geq 0$ )

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

①  $\frac{b^2}{a^2}$

②  $\frac{b}{a}$

③  $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④  $-\frac{b}{a}$

⑤  $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

### 해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을  $a$ 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에  $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$\therefore$  ⑤가 잘못 되었다.

7. 이차방정식  $-2x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = 0$  을 풀면?

①  $x = -3$  또는  $x = 2$

②  $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$

③  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$

④  $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변에  $-3$ 을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$6x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 6 \cdot (-6)}}{12}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 144}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

8. 이차방정식  $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$  이 정수의 근을 가질 때, 정수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 6$

▷ 정답 :  $a = 10$

### 해설

주어진 식을  $a$  에 관하여 정리하면  $-a(x-4) + 3x^2 - 16x + 15 = 0$  이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{3x^2 - 16x + 15}{x-4} \\ &= \frac{(x-4)(3x-4) - 1}{x-4} \\ &= 3x - 4 - \frac{1}{x-4} \end{aligned}$$

$a$  는 정수이므로  $x-4 = \pm 1$  이다.

$x = 3$  또는  $x = 5$  이므로

(i)  $x = 3$  일 때,  $a = 6$

(ii)  $x = 5$  일 때,  $a = 10$  이다.

9. 이차방정식  $\frac{(x-2)(x+1)}{2} = \frac{x(x+1)}{3}$  의 두 근 중 작은 근을  $\alpha$  라고 할 때,  $\alpha^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

### 해설

양변에 6을 곱하여 정리하면

$$3(x-2)(x+1) = 2x(x+1)$$

$$3(x^2 - x - 2) = 2x^2 + 2x$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 이므로 } \alpha^2 = 1$$

10.  $(x - y)(x - y - 4) + 4 = 0$  일 때,  $x - y$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(x - y)(x - y - 4) + 4 = 0$$

$x - y$  를  $A$  로 치환하면,

$$A(A - 4) + 4 = 0$$

$$A^2 - 4A + 4 = 0, (A - 2)^2 = 0$$

$$(x - y - 2)^2 = 0$$

$$x - y - 2 = 0$$

$$\therefore x - y = 2$$

11. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

①  $x^2 + 3x + 3 = 0$

②  $3x^2 + 2x - 10 = 0$

③  $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④  $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤  $(x - 2)^2 = 3$

해설

①  $D = 9 - 12 < 0$ 이므로 해가 없다.

나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

12. 다음식이  $x$  에 관한 일차식이 완전제곱식이 되도록 하는  $k$  의 값을 구하여라.

$$\frac{3x^2 + 2x - (k - 3)}{7}$$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{8}{3}$

해설

$\frac{3}{7}x^2 + \frac{2}{7}x - \frac{k-3}{7} = 0$  의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 7을 곱하면

$$3x^2 + 2x - k + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 3 \times (-k + 3) = 0$$

$$1 + 3k - 9 = 0, 3k = 8$$

$$\therefore k = \frac{8}{3}$$

13. 이차방정식  $x^2 + 8x = 2x + m$  이 중근을 가질 때, 이차방정식  $(m + 6)x^2 + 14x - 15 = 0$  의 두 근의 곱을 구하여라. (단,  $m$  은 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$x^2 + 8x - 2x - m = 0$ ,  $x^2 + 6x - m = 0$  가 중근을 가질 때,  
 $6^2 - 4x(-m) = 0$ 에서  $m = -9$  이다.

$$-3x^2 + 14x - 15 = 0$$

$$3x^2 - 14x + 15 = 0 \text{ 에서}$$

두 근의 곱은  $\frac{15}{3} = 5$  이다.

14. 이차방정식  $2x^2 - 2x - 6 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  의 값은?

- ① -6      ②  $-\frac{1}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{1}{6}$       ⑤ 6

해설

$2x^2 - 2x - 6 = 0$  에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = -3$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = -\frac{1}{3}$$

15. 이차방정식  $x^2 + 3x - 3 = 0$  의 두 근을  $m, n$  이라고 할 때,  $(m - n)^2$  의 값은?

① -6

② 0

③ 3

④ 18

⑤ 21

해설

근과 계수의 관계로부터

$$m + n = -3, mn = -3$$

$$(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn = 9 + 12 = 21$$

16. 이차방정식  $x^2 + ax + b$  의 두 근이  $-1, 3$  일 때,  $2x^2 + bx + a = 0$  을 풀면?

①  $-\frac{1}{2}, 2$

②  $2, 1$

③  $\frac{1}{2}, 1$

④  $\frac{1}{2}, 2$

⑤  $-\frac{1}{2}, 1$

해설

$$\alpha + \beta = -1 + 3 = -a$$

$$\therefore a = -2$$

$$\alpha\beta = -1 \times 3 = b$$

$$\therefore b = -3$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, (2x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

17. 다음은 이차방정식  $A$  와  $A$  의 한 근  $B$  를 나타낸 것일 때, 유리수  $a$  의 값은?

$$A : -a = (x + 1)^2$$

$$B : -1 - \sqrt{3}$$

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 1      ⑤ 3

해설

이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로  $-1 - \sqrt{3}$  가 근이면  $-1 + \sqrt{3}$  도 근이다.

$$-a = (x + 1)^2, x^2 + 2x + a + 1 = 0$$

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 곱은 } a + 1 = -2$$

$$\therefore a = -3$$

18. 두 근의 차가 4 인 이차방정식  $x^2 + 2kx + 2k - 3 = 0$  이 있을 때, 모든  $k$  의 값의 곱은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

두 근을  $\alpha, \alpha - 4$  이라 하면

$$\alpha + \alpha - 4 = -2k, \alpha(\alpha - 4) = 2k - 3$$

$$\alpha = 2 - k$$

$$(2 - k)(2 - k - 4) = 2k - 3$$

$$k^2 - 2k - 1 = 0$$

$\therefore$  모든  $k$  값의 곱은 -1 이다.

19.  $x^2$ 의 계수가 3인 이차방정식이 있다.  $x$ 의 계수를 바꾸었더니 두 근이 1과 2가 되었고, 상수항을 바꾸었더니 두 근이 4와  $-\frac{1}{3}$ 이 되었다. 처음 주어진 이차방정식의 두 근 중 큰 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

### 해설

$$3(x-1)(x-2) = 0 \text{에서 } 3x^2 - 9x + 6 = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$3(x-4)\left(x + \frac{1}{3}\right) = 0 \text{에서 } 3x^2 - 11x - 4 = 0 \cdots \text{㉡}$$

㉠에서  $x$ 의 계수를 바꾸었고 ㉡에서 상수항을 바꾸었으므로 원래의 이차방정식은

$$3x^2 - 11x + 6 = (x-3)(3x-2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 큰 근은  $x = 3$ 이다.

20. 이차방정식  $(x-1)(3x-2) = 0$  을  $ax^2 + bx + c = 0$  의 꼴로 나타낼 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$(x-1)(3x-2) = 0$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -5, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 5 + 2 = 0$$

21. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 해가  $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$  일 때,  $ax^2 + bx + 1 = 0$  의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{3}{2}$

### 해설

근과 계수의 관계로부터

$$-a = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2}, a = \frac{1}{4}$$

$$b = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}$$

$ax^2 + bx + 1 = 0$  에  $a = \frac{1}{4}, b = -\frac{3}{8}$  대입하면

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은  $-\frac{\left(-\frac{3}{8}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$  이다.

22. 이차방정식  $x^2 - 6x - 4 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$  을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단,  $x^2$  의 계수는 4이다.)

①  $6x^2 + 4x - 1 = 0$

②  $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③  $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④  $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤  $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식  $x^2 - 6x - 4 = 0$  의 두 근이  $\alpha, \beta$  일때,  $\alpha + \beta = 6$ ,  
 $\alpha\beta = -4$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면  $4x^2 + 6x - 1 = 0$

23. 기호  $[a]$  는  $a$  의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면  $[1.2] = 1$ ,  $[\sqrt{5}] = 2$  이다. 이차방정식  $x^2 - 4x - 7 = 0$  의 근 중 양수인 것을  $a$  라 할 때,  $(a - [a] + 3)^2$  의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$x^2 - 4x - 7 = 0$  에서

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근  $a$  는  $2 + \sqrt{11}$

$3 < \sqrt{11} < 4$  이므로  $5 < 2 + \sqrt{11} < 6$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11\end{aligned}$$

24. 두 이차방정식  $x^2 - 12x + a = 0$ ,  $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때,  $a + b$ 의 값은?

① 6

② 12

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고,  $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서  $a = 36$ ,  $b = 6$  이므로

$a + b = 42$  이다.

25. 이차방정식  $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 큰 근을  $\alpha$ 라 하고  $\alpha < 0$ 이면  $m = 17$ 이다.
- ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 -5, -8이다.
- ③ 주어진 식을 만족하는 모든  $m$ 의 값의 합은 9이다.
- ④ 작은 근을  $\alpha$ 라 하고  $\alpha > 0$ 이면  $m < 0$ 이다.
- ⑤ 모든  $m$ 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을  $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 -5, -8이다.

$$\text{두 근의 합은 } 13 = 4 - m, m = -9 \text{ 또는 } -13 = 4 - m, m = 17$$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든  $m$ 의 값의 합은 8이다.

26.  $x$  에 대한 이차방정식  $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$  이 두 근  $\alpha, \beta$  를 가질 때,  $\alpha^2 + \beta^2$  의 최솟값을 구하시오.  
(단,  $\alpha = \beta$  인 경우 포함)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = 9 - 2a^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) = 8a^2 - 18$$

그런데 주어진 이차방정식은 두 근을 가지므로

$$D' = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \therefore a^2 \geq 3$$

$$a^2 \geq 3 \text{ 이므로 } 8a^2 - 18 \geq 6$$

따라서  $\alpha^2 + \beta^2$  의 최솟값은 6 이다.

27. 이차방정식  $x^2 - (a-1)x + 1 = 0$  의 두 근이  $\alpha, \beta$  일 때,  
 $(\alpha^2 - a\alpha + 1)(\beta^2 - a\beta + 1)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x = \alpha, x = \beta$  를 대입하면

$$\alpha^2 - a\alpha + \alpha + 1 = 0, \alpha^2 - a\alpha + 1 = -\alpha$$

$$\beta^2 - a\beta + \beta + 1 = 0, \beta^2 - a\beta + 1 = -\beta$$

$$\therefore (\alpha^2 - a\alpha + 1)(\beta^2 - a\beta + 1) = (-\alpha)(-\beta) = \alpha\beta = 1$$

28. 이차방정식  $2x^2 - 2ax + 12 = 0$  의 두 근의 비가  $2 : 3$  이 되는  $a$  의 값은?

①  $\pm 1$

②  $\pm 2$

③  $\pm 3$

④  $\pm 4$

⑤  $\pm 5$

해설

두 근을 각각  $2k, 3k(k \neq 0)$  라 하면

$$\begin{aligned}2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12\end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$10k = 2a$  이므로

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

29.  $x^2$ 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을  $x$ 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

① 2, 5

② 2, -5

③ 1, 5

④ 1, 2

⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을  $x^2 + ax + b = 0$  이라 하면

$$b = 1 \times 5 = 5, -a = -2 + (-4) = -6, a = 6$$

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

해설

$$(x - 1)(x - 5) = 0, x^2 - 6x + 5 = 0$$

일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5

$$(x + 2)(x + 4) = 0, x^2 + 6x + 8 = 0$$

상수항을 잘못 보았으므로  $x$ 의 계수는 6

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$