

1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것을 고르면?

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$ ② $2x^2 + 3x + 1 = 0$

③ $x(2x + 1) = 4x^2 - 1$ ④ $3x^2 - x = 0$

⑤ $(x - 1)(x - 2) = x - 5$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$

$2x - 6 = 0$: 일차방정식

2. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 6

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$

$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$

3. 다음 중 항상 $ab = 0$ 이 되지 않는 것은?

- ① $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$
- ② $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$
- ③ $a \neq 0$ 이고 $b = 0$
- ④ $a = 0$ 이고 $b \neq 0$
- ⑤ $a = 0$ 이고 $b = 0$

해설

$ab = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0$
즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0 이다.
②에서 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 a, b 모두 0 이 아니므로 $ab \neq 0$ 이다.

4. 두 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$, $2x^2 - 3x - 9 = 0$ 의 공통인 해는?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(x-3)(x-1) = 0, \quad x = 1, 3$$

$$(2x+3)(x-3) = 0, \quad x = -\frac{3}{2}, 3$$

따라서 공통인 해는 3이다.

5. 이차방정식 $x^2 + 5x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근이 $3x^2 + mx - 2 = 0$ 의 한 근일 때, m 의 값을 구하면?

① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 + 5x - 6 = 0$
 $(x + 6)(x - 1) = 0$
 $x = -6$ 또는 $x = 1$
큰 근 1 이 $3x^2 + mx - 2 = 0$ 의 한 근이므로
 $x = 1$ 을 대입하면 $3 + m - 2 = 0$
 $\therefore m = -1$

6. 이차방정식 $x^2 + 4x - 32 = 0$ 과 $2x^2 - 13x + 20 = 0$ 의 공통근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$x^2 + 4x - 32 = 0, (x + 8)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 4$$

$$2x^2 - 13x + 20 = 0, (2x - 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 공통해는 $x = 4$ 이다.

7. 다음 보기 중 m 의 값이 다른 하나는?

보기

㉠ $m^2 - 2m + 1 = 0$

㉡ $-m^2 + 2m - 1 = 0$

㉢ $-4m + 2m^2 + 2 = 0$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$

㉤ $4 + 4m^2 - 8m = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤ $(m - 1)^2 = 0$

$\therefore m = 1$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0, m = 1 \pm \sqrt{2}$

8. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -2$ (증근) ② $x = -3$ (증근) ③ $x = 5$ (증근)
④ $x = 1$ (증근) ⑤ $x = 3$ (증근)

해설

$$(x+3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3(\text{증근})$$

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 12x + 40 = k$ 가 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 12x + 40 - k = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $40 - k = 36$ 이다.

$\therefore k = 4$

10. 이차방정식 $(x-3)^2-2=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

① 6

② $2\sqrt{2}$

③ $6+2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ -6

해설

$$(x-3)^2=2 \text{ 이므로}$$

$$x-3=\pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x=3\pm\sqrt{2}$$

$$\alpha+\beta=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$$

11. 다음 등식 중에서 이차방정식은?

① $2(x+4)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2$

② $x^2 - 3x = x^2 + 7x$

③ $(x-2)^2 + 1 = x^2$

④ $(x-4)(x+3) = x^2 - 5$

⑤ $5x^2 = 4x - 1$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이므로

① $16x + 30 = 0$: 일차방정식

② $10x = 0$: 일차방정식

③ $4x - 5 = 0$: 일차방정식

④ $x + 7 = 0$: 일차방정식

12. x 값의 범위가 $0 \leq x < 2$ 일 때, 이차방정식 $2x^2 - 7x + 6 = 0$ 을 만족시키는 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$2x^2 - 7x + 6 = (2x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = \frac{3}{2}, x = 2$$

x 의 범위가 $0 \leq x < 2$ 이므로 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

13. $-x - 8 \leq -2(x + 1)$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

$(x - 4)^2 = 9$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

부등식 $-x - 8 \leq -2(x + 1)$ 을 정리하면 $x \leq 6$ 이다.
따라서 x 의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6이다.
 $x = 1$ 일 때, $(1 - 4)^2 = 9$ 를 만족한다.

14. 이차방정식 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은?

① $\sqrt{2} - 2$

② $2\sqrt{2} - 2$

③ $3\sqrt{2} - 2$

④ $4\sqrt{2} - 2$

⑤ $5\sqrt{2} - 2$

해설

$x^2 - 3x + k = 0$ 의 한 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 이므로,

$x = 3 - \sqrt{2}$ 를 $x^2 - 3x + k = 0$ 에 대입하면

$$(3 - \sqrt{2})^2 - 3(3 - \sqrt{2}) + k = 0$$

$$9 - 6\sqrt{2} + 2 - 9 + 3\sqrt{2} + k = 0$$

$$-3\sqrt{2} + 2 + k = 0$$

$$\therefore k = -2 + 3\sqrt{2}$$

15. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px - ap - 2q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x = 2$ 가 근이므로 $4a + 2p - ap - 2q = 0$ 이고 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$(4 - p)a + 2(p - q) = 0$ 에 의하여 $p = 4$, $q = 4$ 이다.

$\therefore p + q = 8$

16. 다음의 이차방정식에서 양의 근들의 합은?

㉠ $(2x + 1)(3x - 1) = 0$

㉡ $2x(x - 1) = 0$

㉢ $4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$

- ① $\frac{3}{4}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 3

해설

㉠ $2x + 1 = 0$ 또는 $3x - 1 = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

㉡ $2x = 0$ 또는 $x - 1 = 0 \quad \therefore x = 0$ 또는 $x = 1$

㉢ $x - \frac{1}{2} = 0$ 또는 $x - \frac{2}{3} = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{2}{3}$

따라서 양의 근만 모두 더하면 $\frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{5}{2}$

17. $(2x+3):(x-3)=x:4$ 를 만족하는 x 의 값을 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=11$

해설

$(2x+3):(x-3)=x:4$
 $x^2-3x=4(2x+3), x^2-3x=8x+12$
 $x^2-11x-12=0, (x+1)(x-12)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=12$
따라서 $a+b=11$ 이다.

18. 이차방정식 $(x+3)(x-5) = -(x+3)$ 의 해를 옳게 구한 것은?

① $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = 4$

③ $x = 3$ 또는 $x = -4$

④ $x = 3$ 또는 $x = 5$

⑤ $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 15 = -x - 3$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x+3)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 4$$

19. 이차방정식 $ax^2 - 5x - 3 = 0$ ($a \neq 0$)의 한 근이 3 일 때, 상수 a 의 값과 다른 한 근을 구하면?

① $a = 3, x = -\frac{1}{3}$

② $a = 3, x = \frac{1}{3}$

③ $a = 2, x = -\frac{1}{2}$

④ $a = 2, x = \frac{1}{2}$

⑤ $a = 2, x = 3$

해설

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 9a - 15 - 3 = 0 \therefore a = 2$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore a = 2, x = -\frac{1}{2}$$

20. 이차방정식 $x^2 + px + 3p - 1 = 0$ 의 해가 a , -2 일 때, $p + a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + px + 3p - 1 = 0 \text{ 에 } x = -2 \text{ 를 대입하면 } p = -3$$

$$x^2 + px + 3p - 1 = 0 \text{ 에 } p = -3 \text{ 을 대입하면}$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$x = 5 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore p + a = -3 + 5 = 2$$

21. 두 이차방정식 $x(x+1)=0$, $x^2-4x-5=0$ 의 공통인 해가 $x=a$ 일 때, a 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x(x+1)=0$ 의 해를 구하면 $x=-1$, $x=0$
 $(x-5)(x+1)=0$ 의 해를 구하면 $x=-1$, $x=5$
 $\therefore a=-1$

22. 이차방정식 $4x^2 - 12x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 그 중근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$4x^2 - 12x + a = 0$$

$$(2x)^2 - 2 \times 2 \times 3x + (-3)^2 = 0, a = 9$$

$$(2x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

23. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 8x + 2a + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 a 의 값과 근을 구하면?

① $a = -3, x = 3$

② $a = 4, x = 4$

③ $a = -4, x = -3$

④ $a = 5, x = 4$

⑤ $a = 5, x = -2$

해설

$$x^2 - 8x + 2a + 6 = 0$$

$$(x - 4)^2 - 16 + 2a + 6 = 0$$

중근을 가지므로 $-10 + 2a = 0$ 이다.

$$\therefore a = 5$$

중근 $x = 4$ 이다.

24. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5, 3x < 9 \therefore x < 3$
따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

25. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

26. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

$$\text{i) } m = -2 \text{ 이면 } -3x^2 + 2x + 21 = 0$$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

$$\text{ii) } m = 3 \text{ 이면 } 2x^2 - 13x + 21 = 0$$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

$$\text{따라서 } m = 3, \text{ 나머지 한 근은 } x = \frac{7}{2}$$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

27. 이차방정식 $x^2 - ax - 5x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차 방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax - 5x + 9 = 0, \quad x^2 - (a + 5)x + 9 = 0$$

$$\left(\frac{a+5}{2}\right)^2 = 9, \quad \frac{a+5}{2} = \pm 3$$

$$a + 5 = \pm 6$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -11$$

$$x^2 + mx + n = 0 \text{ 의 두 근이 } 1, -11 \text{ 이므로}$$

$$1 + m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 121 - 11m + n = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\quad - 120 + 12m = 0$$

$$\therefore m = 10, \quad n = -11$$

$$\therefore m + n = 10 - 11 = -1$$

28. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

29. 다음 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$ 의 해가 $x = 7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$$

$$(x - a)^2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$x - a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$$

따라서 $a = 7$, $b = 10$ 이므로 $ab = 70$ 이다.

30. 이차방정식 $(x-11)^2 = \frac{a-7}{4}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{a-7}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a-7 \geq 0$$

$$a \geq 7$$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7 이다.

31. 직선 $ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

32. 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 의 한 근 p 가 $1 - \frac{2}{p^2} + \frac{a}{p} + \frac{2}{p} = 0$ 을 만족할 때, ap 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = p$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$p^2 + ap + 2 = 0, p^2 + ap = -2 \cdots \textcircled{A}$$

$1 - \frac{2}{p^2} + \frac{a}{p} + \frac{2}{p} = 0$ 의 양변에 p^2 을 곱하면

$$p^2 - 2 + ap + 2p = 0, p^2 + ap = 2 - 2p \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } -2 = 2 - 2p \quad \therefore p = 2$$

$p = 2$ 를 $\textcircled{A}$ 에 대입하면

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore ap = (-3) \times 2 = -6$$

33. 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 과의 공통근 2 를 중근으로 가질 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 2$ 가 두 이차방정식의 공통의 해이므로,
 $x = 2$ 를 $x^2 - 5x - a = 0$ 에 대입하면 $4 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = -6$
또 $x^2 + bx + c = 0$ 은 $x = 2$ 가 중근이므로
 $(x - 2)^2 = 0$
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $\therefore b = -4, c = 4$
 $\therefore a + b + c = -6 + (-4) + 4 = -6$