

1. 다음 중 $x^3y - xy^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② x^3y

③ $xy(x - y)$

④ $x^2 - y^2$

⑤ $x(x + y)$

해설

$$x^3y - xy^3 = xy(x^2 - y^2) = xy(x + y)(x - y)$$

2. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. () 안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$$\begin{aligned} & x(x+2)(x+4)(x+6)+16 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+2)(\textcircled{2})+16 \\ &= (x^2+6x)(\textcircled{3})+16 \\ &(\textcircled{4})=A \text{ 라 하면} \\ &A^2+8A+16=(A+4)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

① $x+5$

② $x+3$

③ x^2+4x+8

④ x^2+6x

⑤ x^2+6x+1

해설

① $x+6$

② $x+4$

③ x^2+6x+8

⑤ x^2+6x+4

3. 다음 중 $x^4 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 - 1$

⑤ $x^2 + x - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 1 &= (x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

4. $x + y = -2$, $xy = 1$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $(x - y)^2 = -1$

㉡ $x^2 + y^2 = 2$

㉢ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$

㉣ $x^2y + xy^2 = -2$

㉤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 3$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉡, ㉤

해설

㉠ $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 4 - 4 = 0$

㉢ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy} = -2$

㉤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x + y)^2 - 2xy}{xy} = 2$

5. 다음에 주어진 두 식에 대한 설명으로 틀린 것은?

$$A = a^2b - ab^2$$

$$B = a^3 - ab^2$$

- ① 식 A 의 인수는 7 개이다.
- ② $(a + b)$ 는 식 B 의 인수이다.
- ③ 식 B 의 인수는 7 개이다.
- ④ 식 A 와 식 B 의 공통인 인수는 $(a - b)$ 이다.
- ⑤ ab 는 식 A 의 인수이다.

해설

$$A = a^2b - ab^2 = ab(a - b)$$

$$B = a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a - b)(a + b)$$

식 A 의 인수는 $a, b, (a - b), ab, a(a - b), b(a - b), ab(a - b)$ 이므로 7 개이다.

식 B 의 인수는 $a, (a - b), (a + b), a(a - b), a(a + b), (a - b)(a + b), a(a - b)(a + b)$ 이므로 7 개이다.

6. 다항식 $4(p+q)^2 - 4(p+q)p + p^2$ 을 인수분해하여 간단히 나타낸 것은?

① $(p+q)^2$

② $(p+2q)^2$

③ $(2p+q)^2$

④ $(p-q)^2$

⑤ $(p-2q)^2$

해설

$p+q=t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} 4(p+q)^2 - 4(p+q)p + p^2 &= 4t^2 - 4tp + p^2 \\ &= (2t-p)^2 \\ &= (p+2q)^2 \end{aligned}$$

7. $(a - b - 2c)(a - b + 5c) - 30c^2$ 을 인수분해하면?

① $(a - b + 3c)(a - b - 7c)$

② $(a - b + 4c)(a - b + 5c)$

③ $(a - b - 5c)(a - b + 8c)$

④ $(a - b + 5c)(a - b - 8c)$

⑤ $(a - b - 2c)(a - b + 4c)$

해설

$a - b = t$ 로 놓으면,

$$(a - b - 2c)(a - b + 5c) - 30c^2$$

$$= (t - 2c)(t + 5c) - 30c^2$$

$$= t^2 + 3ct - 40c^2$$

$$= (t - 5c)(t + 8c)$$

$$= (a - b - 5c)(a - b + 8c)$$

8. $(3x + 1)^2 - (2x - 3)^2 = (5x + a)(x + b)$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 5

② -1

③ -6

④ -10

⑤ -12

해설

$$(3x + 1 + 2x - 3)(3x + 1 - 2x + 3) = (5x - 2)(x + 4)$$

$$a = -2, b = 4$$

$$\therefore a - b = -6$$

9. 다음 $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3x + 6)^2$

② $(x^2 + 3x - 1)^2$

③ $(x^2 - 3x + 3)^2$

④ $(x^2 - 5x + 3)^2$

⑤ $(x^2 + 3x + 1)^2$

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1$$

$$x^2 + 3x = A \text{ 라 하면}$$

$$\begin{aligned} A(A+2)+1 &= A^2+2A+1=(A+1)^2 \\ &= (x^2+3x+1)^2 \end{aligned}$$

10. $(x^2 + 5x + 6)(x^2 - 3x + 2) - 252$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(x^2 + x + 12)(x - 4)(x + 5)$

② $(x^2 - x + 12)(x + 4)(x - 5)$

③ $(x^2 - x - 12)(x + 4)(x - 5)$

④ $(x^2 + 2x - 12)(x + 4)(x - 5)$

⑤ $(x^2 + 2x - 12)(x - 4)(x + 5)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 + 5x + 6)(x^2 - 3x + 2) - 252 \\ &= (x + 2)(x + 3)(x - 1)(x - 2) - 252 \\ &= \{(x + 2)(x - 1)\}\{(x + 3)(x - 2)\} - 252 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6) - 252 \\ & \quad x^2 + x = t \text{로 치환하면,} \\ &= (t - 2)(t - 6) - 252 \\ &= t^2 - 8t + 12 - 252 \\ &= t^2 - 8t - 240 \\ &= (t + 12)(t - 20) \\ &= (x^2 + x + 12)(x^2 + x - 20) \\ &= (x^2 + x + 12)(x - 4)(x + 5) \end{aligned}$$

11. $a^3 - 3a^2 - a + 3$ 이 a 의 계수가 1 인 세 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 세 일차식의 합을 구하면?

① $3(1 - a)$

② $3(a - 2)$

③ $3a - 3$

④ $3a - 1$

⑤ $a^3 - 3$

해설

$$\begin{aligned} a^2(a - 3) - (a - 3) &= (a^2 - 1)(a - 3) \\ &= (a + 1)(a - 1)(a - 3) \end{aligned}$$

따라서 세 일차식의 합은

$$(a + 1) + (a - 1) + (a - 3) = 3a - 3 \text{ 이다.}$$

12. 다음 중 $4x^2 - 9y^2 - 30y - 25$ 의 인수가 될 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ $(2x + 3y + 5)$

㉡ $(2x - 3y + 5)$

㉢ $(2x - 3y - 5)$

㉣ $(2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5)$

㉤ $(2x + 3y - 5)(2x - 3y + 5)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

$$\begin{aligned} & 4x^2 - 9y^2 - 30y - 25 \\ &= 4x^2 - (9y^2 + 30y + 25) \\ &= 4x^2 - (3y + 5)^2 \\ &= (2x)^2 - (3y + 5)^2 \\ &= (2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5) \end{aligned}$$

따라서 인수는 $(2x + 3y + 5)$ 와 $(2x - 3y - 5)$ 와 $(2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5)$ 이다.

13. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면

$$x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$$

$$\therefore a = 1, b = 3, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 5$$

14. $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4$ 를 인수분해하면?

① $(x - y - 4)(x - y - 1)$

② $(x - y + 4)(x - y + 1)$

③ $(x + y + 4)(x + y + 1)$

④ $(x + y - 4)(x + y - 1)$

⑤ $(x - y - 4)(x - 2y - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4 \\ &= (x - y)^2 - 5(x - y) + 4 \\ &= (x - y - 4)(x - y - 1) \end{aligned}$$

15. $a = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$, $b = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ 일 때, $2\sqrt{3}a - 6\sqrt{2}b$ 의 값은?

① -24

② -12

③ 12

④ 24

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{3}a - 6\sqrt{2}b \\ &= 2\sqrt{3}(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) - 6\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= 6\sqrt{6} - 12 - 12 - 6\sqrt{6} \\ &= -24 \end{aligned}$$

16. $x - y = 4$, $xy = 1$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\begin{aligned}x^2 + xy + y^2 &= (x - y)^2 + 3xy \\&= 4^2 + 3 \times 1 \\&= 16 + 3 = 19\end{aligned}$$

17. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

① $-4\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} = 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

18. $a - 2b = 3$ 일 때, $a^2 - 3a + 4b^2 + 6b - 4ab + 2$ 의 값을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - 4ab + 4b^2 - 3a + 6b + 2 \\ &= (a - 2b)^2 - 3(a - 2b) + 2 \\ &= 3^2 - 3 \times 3 + 2 = 2 \end{aligned}$$

19. $x + \frac{2}{x} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $3x^2 + \frac{12}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{4}{x^2} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 \\&= (3\sqrt{2})^2 - 4 \\&= 18 - 4 \\&= 14\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore 3x^2 + \frac{12}{x^2} &= 3\left(x^2 + \frac{12}{x^2}\right) \\&= 3 \times 14 \\&= 42\end{aligned}$$

20. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $5x^2 - 10xy + 5y^2 = 2x - 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x - y$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?(단, $x + y \neq 0$)

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ 1

해설

좌변: $5(x^2 - 2xy + y^2) = 5(x - y)^2$,

우변: $2x - 2y = 2(x - y)$

$5(x - y) = 2$ ($\because x \neq y$),

$x - y = \frac{2}{5}$

21. $x = 2 + \sqrt{2}$, $y = 2\sqrt{2} - 3$ 일 때, $3x^2 - 10xy + 3y^2$ 의 값을 구하면?

① $89 - 31\sqrt{2}$

② $89 - 32\sqrt{2}$

③ $89 - 33\sqrt{2}$

④ $89 - 34\sqrt{2}$

⑤ $89 - 35\sqrt{2}$

해설

$$3x^2 - 10xy + 3y^2 = (3x - y)(x - 3y)$$

$$= \{3(2 + \sqrt{2}) - (2\sqrt{2} - 3)\}$$

$$\{(2 + \sqrt{2}) - 3(2\sqrt{2} - 3)\} = (9 + \sqrt{2})(11 - 5\sqrt{2})$$

$$= 99 - 45\sqrt{2} + 11\sqrt{2} - 10$$

$$= 89 - 34\sqrt{2}$$

22. 밑면의 가로와 세로가 각각 $x + y$, $2x + 1$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3 + 2x^2y + 7x^2 + 7xy + 3x + 3y$ 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x^2 + 7x + 3)y + 2x^3 + 7x^2 + 3x \\&= (2x^2 + 7x + 3)y + (2x^2 + 7x + 3)x \\&= (x + y)(2x^2 + 7x + 3) \\&= (x + y)(2x + 1)(x + 3)\end{aligned}$$

정육면체이므로

$$x + y = 2x + 1 = x + 3$$

$$2x + 1 = x + 3$$

$$x = 2, y = 3$$

(한 모서리의 길이)

$$= x + y = 2x + 1 = x + 3 = 5$$

23. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$

㉤ $x^2 - 4x + 4$

㉥ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$

㉤ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

㉥ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

24. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

25. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(2a - b)^2 - (2a + b)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$$\begin{aligned} & (2a - b)^2 - (2a + b)^2 \\ &= (2a - b + 2a + b)(2a - b - 2a - b) \\ &= 4a \times (-2b) \\ &= -8ab \end{aligned}$$

26. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$

② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$

③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$

④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$

⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

① $(a + 1)(b - 1)$

② $(1 - b)(2 - a)$

③ $(x + y)(x - y + 2)$

27. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

28. $x^4 - 13x^2 + 36$ 을 인수분해했을 때, 일차식으로 이루어진 인수들의 합을 구하면?

① $4x + 13$

② $4x$

③ $4x - 13$

④ $2x^2 - 13$

⑤ $2x^2 + 5$

해설

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 9)(x^2 - 4)$$

$$= (x + 3)(x - 3)(x + 2)(x - 2)$$

∴ (일차식 인수들의 합)

$$= x + 3 + x - 3 + x + 2 + x - 2 = 4x$$

29. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

$$x - y = -2 \quad (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$

30. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$

$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

31. $\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = 4$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x-y = -5$

해설

$x+2 = X, y-3 = Y$ 로 치환하면

$$\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = \frac{2X^2 + 2Y^2}{XY} = 4$$

$$2X^2 - 4XY + 2Y^2 = 0, (X-Y)^2 = 0$$

$$X - Y = x + 2 - y + 3 = 0$$

$$\therefore x - y = -5$$

32. 자연수 $10^4 - 1$ 의 약수의 개수는?

① 10 개

② 12 개

③ 16 개

④ 24 개

⑤ 28 개

해설

$$\begin{aligned}10^4 - 1 &= (10^2 + 1)(10^2 - 1) \\&= (10^2 + 1)(10 + 1)(10 - 1) \\&= 101 \times 11 \times 9 \\&= 3^2 \times 11 \times 101\end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는 $(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 12$ (개)

33. $a + b = 4$, $a^2 - b^2 = 20$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 5$

해설

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ 이므로}$$

$$4 \times (a - b) = 20$$

$$\therefore a - b = 5$$