

1. $2^5 = a$ 일 때, 4^{11} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① a^4

② $2a^4$

③ $3a^4$

④ $4a^4$

⑤ $5a^4$

해설

$$\begin{aligned} 4^{11} &= (2^2)^{11} = 2^{22} \\ &= (2^5)^4 \times 2^2 \\ &= a^4 \times 2^2 = 4a^4 \end{aligned}$$

2. 다음 $27x^6y^{\square} \div xy^6 = 27x^5y^3$ 의 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하면?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$27x^6y^a \div xy^6 = \frac{27x^6y^{\square}}{xy^6} = 27x^5y^3 \text{ 이므로}$$

$$y^{\square-6} = y^3$$

$$\therefore \square = 9$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^5 \div (x^2)^3 = \frac{1}{x}$

② $y \div y^3 = \frac{1}{y^3}$

③ $\frac{z^2}{z^2} = 1$

④ $a^6 \div a^5 = a$

⑤ $b^{10} \div b^{10} = 1$

해설

① $x^5 \div (x^2)^3 = x^5 \div x^{2 \times 3} = \frac{x^5}{x^6} = \frac{1}{x^{6-5}} = \frac{1}{x}$

② $y \div y^3 = \frac{y}{y^3} = \frac{1}{y^{3-1}} = \frac{1}{y^2} \neq \frac{1}{y^3}$

③ $\frac{z^2}{z^2} = z^{2-2} = z^0 = 1$

④ $a^6 \div a^5 = a^{6-5} = a$

⑤ $b^{10} \div b^{10} = 1$

4. $(3ab)^2 \times \left(\frac{a^2}{b^2}\right)^4 \times \left(\frac{b^4}{a^3}\right)^2$ 을 간단히 하면?

① $3ab$

② a^2

③ a^4b^2

④ $9a^2b^2$

⑤ $9a^4b^2$

해설

$$\begin{aligned} & (3ab)^2 \times \left(\frac{a^2}{b^2}\right)^4 \times \left(\frac{b^4}{a^3}\right)^2 \\ &= 9a^2b^2 \times \frac{a^8}{b^8} \times \frac{b^8}{a^6} = 9a^4b^2 \end{aligned}$$

5. $(-2a^2)^2 \times (-3a^5) \times \frac{3}{4}a^3$ 을 간단히 하면?

① $-9a^{14}$

② $-9a^{12}$

③ $-\frac{9}{2}a^9$

④ $\frac{9}{2}a^9$

⑤ $9a^{12}$

해설

$$(-2a^2)^2 \times (-3a^5) \times \frac{3}{4}a^3$$

$$= 4a^4 \times (-3a^5) \times \frac{3}{4}a^3 = -9a^{12}$$

6. $42x^3y^2 \div 12xy^3 \div \frac{7x}{y}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{1}{2}x$

② $3x^2$

③ $7xy$

④ $\frac{2x}{3}$

⑤ x^2y^3

해설

$$(\text{준식}) = 42x^3y^2 \times \frac{1}{12xy^3} \times \frac{y}{7x} = \frac{x}{2}$$

7. $\left(-\frac{2}{3}a^xb^3\right)^3 \div \frac{2}{9}a^2b^4 = -\frac{4}{3}a^4b^y$ 일 때, 상수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned}\left(-\frac{2}{3}a^xb^3\right)^3 \div \frac{2}{9}a^2b^4 &= \left(-\frac{2^3}{3^3}a^{3x}b^9\right) \times \frac{3^2}{2a^2b^4} \\ &= -\frac{4}{3}a^4b^y\end{aligned}$$

이므로 $x = 2, y = 5$ 이다.

$$\therefore x - y = -3$$

8. $(2x^2y^3)^2 \times \square \div 4x^2y^3 = (3y^2)^3$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $4xy$

② $2x^2y$

③ $3xy^2$

④ $\frac{y}{3x}$

⑤ $\frac{27y^3}{x^2}$

해설

$$(2x^2y^3)^2 \times \square \div 4x^2y^3 = (3y^2)^3$$

$$\begin{aligned}\square &= (3y^2)^3 \div (2x^2y^3)^2 \times 4x^2y^3 \\ &= 27y^6 \times \frac{1}{4x^4y^6} \times 4x^2y^3 \\ &= \frac{27y^3}{x^2}\end{aligned}$$

9. 정육면체의 겉넓이가 $24a^2$ 일 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a$

해설

정육면체의 한 변의 길이를 x 라고 하면
(정육면체의 겉넓이) $= x^2 \times 6$ 이므로

$$24a^2 = x^2 \times 6$$

$$x^2 = 4a^2$$

따라서 정육면체의 한 변의 길이 $x = 2a$ 이다.

10. 다음 식에서 n 의 값을 구하여라.

$$8^n \times 2^3 = 512$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$8^n \times 2^3 = 512$$

$$2^{3n} \times 2^3 = 2^9$$

$$3n + 3 = 9$$

$$\therefore n = 2$$

11. $5^{x+3} = 5^x \times \square$ 에서 $\square$ 의 값은?

① 25

② 5

③ 625

④ 125

⑤ 75

해설

$$5^{x+3} = 5^x \times 5^3$$

12. $a^{10} \div (a^3)^x = (a^2)^2$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^{10} \div a^{3x} = a^4 \text{ 이므로 } 10 - 3x = 4$$

$$\therefore x = 2$$

13. $(x^2y^az^b)^c = x^6y^{12}z^3$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(x^2y^az^b)^c = x^{2c}y^{ac}z^{bc} = x^6y^{12}z^3$$

$$2c = 6, \quad ac = 12, \quad bc = 3$$

$$c = 3, \quad a = 4, \quad b = 1$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

14. $\frac{(a^2b^3)^4}{(ab^3)^m} = \frac{a^n}{b^6}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{(a^2b^3)^4}{(ab^3)^m} = \frac{(a^8b^{12})}{(a^mb^{3m})} = \frac{a^n}{b^6} \text{ 이므로}$$

$$3m - 12 = 6$$

$$\therefore m = 6$$

$$8 - m = n \text{ 이므로 } n = 2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore m + n = 8$$

15. 다음 등식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{2y^2z^4}{x^a} \right)^3 = \frac{by^cz^{12}}{x^{12}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\left(\frac{2y^2z^4}{x^a} \right)^3 = \frac{8y^6z^{12}}{x^{3a}} = \frac{by^cz^{12}}{x^{12}}$$

$$a = 4, b = 8, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 18$$

16. a 가 1 이 아닌 양의 정수일 때, 옳은 것은?

① $(a^2)^3 \times a^5 = a^{10}$

② $a^4 \times a^2 = a^8$

③ $(a^3)^3 = a^6$

④ $a^4 \div a^4 = 0$

⑤ $(2a^3)^2 = 4a^6$

해설

① $a^6 \times a^5 = a^{11}$

② $a^4 \times a^2 = a^6$

③ $(a^3)^3 = a^9$

④ $a^4 \div a^4 = 1$

17. $3^3 \div 3^a = \frac{1}{9}$, $25 \div 5^b \times 25 = 125$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3^3 = \frac{1}{9} \times 3^9 = 3^{a-2} \text{ 이므로 } a = 5 \text{ 이다.}$$

$$5^{2-b+2} = 5^3 \text{ 이므로 } b = 1 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a + b = 5 + 1 = 6 \text{ 이다.}$$

18. $2^{x+2} + 2^x = 160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{x+2} + 2^x = 5 \times 2^x = 160$$

$$2^x = 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 5$$

19. $2^n = A$, $3^n = B$ 일 때, $\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n$ 을 A , B 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $-\frac{B^3}{A^3}$

② $-\frac{B^4}{A^2}$

③ $\frac{B^2}{A^3}$

④ $\frac{B^4}{A^2}$

⑤ $\frac{B^2}{A^4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n &= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \div (2 \times 3)^n \\&= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \times \frac{1}{2^n \times 3^n} \\&= \frac{3^{3n}}{2^{2n} \times 2^n \times 3^n} \\&= \frac{2^{2n+n}}{3^{3n-n}} \\&= \frac{2^{3n}}{(3^n)^2} \\&= \frac{(2^n)^3}{B^2} \\&= \frac{B^2}{A^3}\end{aligned}$$

20. $2^{13} \times 5^{15}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 15 자리 수

해설

$$2^{13} \times 5^{13} \cdot 5^2 = (2 \times 5)^{13} \times 5^2 = 25 \times 10^{13}$$

따라서 15자리의 수이다.

21. $2^{14} \times 5^{18}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$2^{14} \times 5^{18} = (2 \times 5)^{14} \times 5^4 = 10^{14} \times 5^4 = 625 \times 10^{14}$$

따라서 17 자리의 자연수이다.

22. 자연수 n 에 대하여 $f(2^n) = n$ 이라 정의하자. 다음 수 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 이라 할 때, $f(f(a)) + f(f(b))$ 의 값을 구하여라.

$$(4^2)^2, (2^2)^{2^2}, (2^{2^2})^2, 2^{4^2}, 4^{2^4}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(4^2)^2 = 2^8 = 2^{2^3}, (2^2)^{2^2} = 2^{2^3}, (2^{2^2})^2 = 2^{2^3}, 2^{4^2} = 2^{2^4}, 4^{2^4} = 2^{2^5} \text{ 이므로}$$

$$(\text{가장 큰 수 } a) = 2^{2^5}, (\text{가장 작은 수 } b) = 2^{2^3}$$

$$f(a) = f(2^{2^5}) = 2^5, f(b) = f(2^{2^3}) = 2^3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f(f(a)) + f(f(b)) = f(2^5) + f(2^3) = 5 + 3 = 8$$

23. $\left(\frac{1}{8}\right)^2 = 2^{x+1} = 4^x \times 2^y$ 를 만족하는 x, y 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\left(\frac{1}{8}\right)^2 = 2^{x+1}$$

$$2^{-6} = 2^{x+1}$$

$$x + 1 = -6, x = -7$$

$$2^{-6} = 4^{-7} \times 2^y$$

$$2^{-6} = 2^{-14} \times 2^y$$

$$y - 14 = -6, y = 8$$

$$\therefore x + y = -7 + 8 = 1$$

24. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$am = 10, \quad bm = 8, \quad cm = 6$$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2 이다.

25. 다음 ㉠ ~ ㉣ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2 z^{\boxed{\text{㉠}}}}{\boxed{\text{㉡}} y^5} \right)^{\boxed{\text{㉢}}} = \frac{x^8 z^{12}}{16 y^{20}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠: 3

▷ 정답 : ㉡: 2

▷ 정답 : ㉢: 4

해설

$$2 \times \boxed{\text{㉢}} = 8, \therefore \boxed{\text{㉢}} = 4$$

$$\boxed{\text{㉠}} \times 4 = 12, \therefore \boxed{\text{㉠}} = 3$$

$$\boxed{\text{㉡}}^4 = 16, \therefore \boxed{\text{㉡}} = 2$$

26. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^x = t$ 로 놓으면

$$3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x$$

$$= 9t + 3t + t = 1053$$

$$13t = 1053, t = 81$$

$$3^x = 81 = 3^4$$

$$\therefore x = 4$$

27. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

28. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.

29. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^p y^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^p y^q = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^p y^q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$3 - p = -2 \quad \therefore p = 5$$

$$7 - q = 1 \quad \therefore q = 6$$

$$\therefore p + q = 11$$

30. 두 수 x, y 에 대하여 연산 $\star, \blacktriangle$ 를 $x\star y = x^2y$, $x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $3a(X \div Y)$ 의 값을 구하여라.

$$3a\star X = 12a^2b, Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : b

해설

$$3a\star X = 12a^2b \text{ 에서}$$

$$(3a)^2X = 12a^2b$$

$$\therefore X = \frac{12a^2b}{9a^2} = \frac{4}{3}b$$

$$Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$$

$$Y(5b)^2 = 100ab^2 \text{ 에서}$$

$$\therefore Y = \frac{100ab^2}{25b^2} = 4a$$

$$\therefore 3a(X \div Y) = 3a\left(\frac{4b}{3} \times \frac{1}{4a}\right) = 3a\left(\frac{b}{3a}\right) = b$$

31. $2^{2x} \times 8^x = 4^2 \times 2^x$ 를 만족하는 x 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{4}{3}$

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$2^{2x} \times 2^{3x} = (2^2)^2 \times 2^x$$

$$2^{5x} = 2^{x+4}$$

$$\therefore x = 1$$

32. $20^a = 4$, $20^b = 3$ 일 때, $5^{\frac{a+b}{1-a}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$5 = \frac{20}{4} = \frac{20}{20^a} = 20^{1-a}$$

$$5^{\frac{a+b}{1-a}} = (20^{1-a})^{\frac{a+b}{1-a}} = 20^{a+b} = 20^a \times 20^b = 4 \times 3 = 12$$

33. $\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2$ 의 값을 2 의 거듭제곱으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: 2^8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2 &= \left(\frac{(2^4)^4 + (2^2)^{11}}{(2^3)^4 + (2^2)^9}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16} + 2^{22}}{2^{12} + 2^{18}}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16}(1 + 2^6)}{2^{12}(1 + 2^6)}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16}}{2^{12}}\right)^2 \\&= (2^4)^2 = 2^8\end{aligned}$$