1. 다음 <보기>에서 유한소수가 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 3.65 ㉡ $0.38888\cdots$

㉢ 0.325 ㉣ $\frac{3}{8}$

㉤ $1.010010001\cdots$ ㉥ $\frac{4}{9}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

유한소수는 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한개인 소수이므로

㉠ 3.65 ㉢ 0.325 ㉣ $\frac{3}{8}$ 이 해당된다.

2. 다음은 분수 $\frac{3}{80}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

$$\frac{3}{80}=\frac{3}{2^4\times 5}=\frac{3\times\square}{2^4\times 5\times\square}=\frac{375}{10000}=0.0375$$

① 3 ② 5 ③ 3^2 ④ 5^2 ⑤ 5^3

해설

$\frac{3}{80}=\frac{3}{2^4\times 5}=\frac{3\times 5^3}{2^4\times 5\times 5^3}=\frac{375}{10000}=0.0375$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는 5^3 이다.

3. $x = \frac{b}{a}$ (a, b는 정수, $a \neq 0$)이고 x는 무한소수가 아니다. 다음 중 x의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

① $1.\dot{2}0\dot{4}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{4}{99}$ ⑤ 0.63

해설

x는 분수로 나타낼 수 있는 수이므로 유리수이고, 무한소수가 아니므로 구하는 x의 값은 유한소수이다.

4. 다음 분수 $\frac{5}{27}$ 을 순환소수로 나타내었을 때 순환마디는?

① 5 ② 27 ③ 15 ④ 58 ⑤ 185

해설

$5 \div 27 = 0.185185\cdots$, 순환마디 185

5. $x = 1.222\cdots$ 일 때, $10x - x$ 의 값은?

① 1.1 ② 1.2 ③ 11 ④ 12 ⑤ 12.22

해설

10 을 곱하면 $10x = 12.222\cdots$

$x = 1.222\cdots$ 이므로

$10x - x = 11$ 이다.

6. 다음은 순환소수 $0.4\dot{3}\dot{5}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. ① ~ ⑤ 안에 들어갈 숫자로 옳지 <u>않은</u> 것은?

$0.4\dot{3}\dot{5} = x$ 라 하면
$x = 0.4\dot{3}\dot{5} = 0.43535\cdots$
$(①)x = 4.3535\cdots$ ㉠
$(②)x = 435.3535\cdots$ ㉡
㉡에서 ㉠을 변끼리 빼면
$(③)x = ④$
$\therefore x = ⑤$

① 10 ② 1000 ③ 999 ④ 431 ⑤ $\frac{431}{990}$

해설

① 10
② 1000
③ 990
④ 431
⑤ $\frac{431}{990}$

7. $x = 2.\dot{3}\dot{8}$ 이라 할 때, $100x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 236

해설

$100x - x = 238 - 2 = 236$ 이다.

8. 다음 수 중에서 1 에 가까운 순으로 쓴 것은?

㉠ $1.\dot{1}$	㉡ $1.0\dot{1}$	㉢ $1.\dot{0}\dot{1}$	㉣ 1.01

① ㉠ → ㉡ → ㉣ → ㉢
② ㉡ → ㉠ → ㉣ → ㉢
③ ㉣ → ㉠ → ㉢ → ㉡
④ ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉣
⑤ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠

해설

㉠ $1.1111\cdots$
㉡ $1.0111\cdots$
㉢ $1.010101\cdots$
㉣ 1.01
∴ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠의 순서이다.

9. 다음을 만족시키는 한 자리 자연수의 a 의 값은?

$$0.3\dot{7} < 0.\dot{a} < 0.\dot{4}\dot{6}$$

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$0.3\dot{7} = 0.3777\cdots$

$0.\dot{a} = 0.aaa\cdots$

$0.\dot{4}\dot{6} = 0.464646\cdots$

$\therefore\ a = 4$

10. 순환소수 $0.4\dot{6}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 3 ② 5 ③ 15 ④ 40 ⑤ 99

해설

$$0.4\dot{6} = \frac{46-4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

따라서 A 는 15 의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 있는 것은 15 이다.

11. 다음은 기약분수 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 이때, $bc - a$ 의 값은?

$$\frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times a}{2^3 \times 5 \times a} = \frac{75}{b} = c$$

① 45 ② 50 ③ 60 ④ 75 ⑤ 100

해설

$a = 5^2$, $b = 10^3$, $c = \frac{3}{2^3 \times 5}$, $bc - a = 75 - 25 = 50$

12. $\frac{3 \times a}{720}$ 가 유한소수일 때, a 의 값으로 옳은 것을 모두 고르면?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 15

해설

$\frac{3 \times a}{720} = \frac{3 \times a}{2^4 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^4 \times 3 \times 5}$ 이므로 이것이 유한소수가 되기 위해서는 a 는 3 의 배수이어야 한다.

따라서 보기 중 3 의 배수인 것은 3, 6, 15

13. 분수 $\frac{1}{2 \times 5^2 \times x}$ 이 유한소수가 된다고 할 때, 다음 중에서 x 가 될 수 없는 것을 모두 찾아라.

$2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 12

해설

x가 $2,\ 4 = 2^2,\ 10 = 2 \times 5$ 일 경우 유한소수가 된다.

14. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 구하여라.

㉠ $\frac{2}{3} = 0.6\dot{6}$	㉡ $\frac{5}{6} = 0.83\dot{8}\dot{3}$
㉢ $\frac{5}{11} = 0.\dot{4}\dot{5}$	㉣ $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}\dot{7}$
㉤ $\frac{11}{13} = 0.\dot{8}46154\dot{}$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $0.6\dot{}$ ㉡ $0.8\dot{3}$ ㉤ $0.\dot{8}46153\dot{}$

15. 자연수 a 에 대하여 $\frac{16}{11a}$ 이 기약분수이고, $x = (99.\dot{9} - 0.\dot{9}) \times \frac{16}{11a}$ 의 값이 자연수일 때, x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(99.\dot{9} - 0.\dot{9}) = 100 - 1 = 99$

$x = 99 \times \frac{16}{11a}$ 에서 x가 자연수이므로 a가 최대일 때, x는 최소가 된다.

x 가 최솟값을 가지려면 $a = 9$ 일 때, $x = 16$

16. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

① $0.\dot{9}$ ② $2.\dot{1}$ ③ $4.\dot{0}\dot{9}$ ④ $0.\dot{9}$ ⑤ $2.\dot{8}$

해설

① $0.\dot{9} = \dfrac{9-0}{9} = \dfrac{9}{9} = 1$ (정수)

② $2.\dot{1} = \dfrac{21-2}{9} = \dfrac{19}{9}$

③ $4.\dot{0}\dot{9} = \dfrac{409-4}{99} = \dfrac{405}{99} = \dfrac{45}{11}$

④ $-0.\dot{9} = -\dfrac{9-0}{9} = -\dfrac{9}{9} = -1$ (정수)

⑤ $2.\dot{8} = \dfrac{28-2}{9} = \dfrac{26}{9}$

17. $a.bcd\dot{e}\dot{f} = \dfrac{123456}{99000}$ 일 때, 한 자리 양의 정수 a, b, c, d, e, f 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $b = 2$

▷ 정답: $c = 4$

▷ 정답: $d = 7$

▷ 정답: $e = 0$

▷ 정답: $f = 3$

해설

$\dfrac{123456}{99000} = 1.247\dot{0}\dot{3}$ 이므로

$a = 1, b = 2, c = 4, d = 7, e = 0, f = 3$

18. 다음 순환소수를 분수로 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $0.\dot{1} = \frac{1}{10}$ ② $0.3\dot{1} = \frac{14}{45}$ ③ $0.\dot{6}\dot{3} = \frac{7}{11}$

④ $0.\dot{7}2\dot{5} = \frac{725}{999}$ ⑤ $0.3\dot{7}\dot{6} = \frac{373}{999}$

해설

① $0.\dot{1} = \frac{1}{9}$

⑤ $0.3\dot{7}\dot{6} = \frac{373}{990}$

19. 순환소수 $0.7\dot{5}$ 보다 $\frac{1}{5}$ 만큼 작은 수를 순환소수로 표현하면?

① $0.\dot{1}$ ② $0.\dot{3}$ ③ $0.\dot{5}$ ④ $0.\dot{7}$ ⑤ $0.\dot{9}$

해설

$$0.7\dot{5} - \frac{1}{5} = \frac{75-7}{90} - \frac{18}{90} = \frac{68}{90} - \frac{18}{90} = \frac{50}{90} = 0.\dot{5}$$

20. $\frac{8}{45}$, $\frac{14}{45}$ 를 각각 소수로 나타내면 $a-0.\dot{2}$, $b+0.\dot{1}$ 이다. $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{8}{45}=a-0.\dot{2}, \frac{14}{45}=b+0.\dot{1}$

$a=\frac{8}{45}+\frac{2}{9}=\frac{18}{45}$, $b=\frac{14}{45}-\frac{1}{9}=\frac{9}{45}$

$\frac{a}{b}=\frac{18}{9}=2$

21. 순환소수 $0.50\dot{2} = 452 \times a$, $0.\dot{3}\dot{2} = 32 \times b$ 일 때, a, b 의 값을 순환소수로 나타낸 것은?

① $a = 0.\dot{0}\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$

② $a = 0.0\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$

③ $a = 0.\dot{1}$, $b = 0.0\dot{1}$

④ $a = 0.00\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$

⑤ $a = 0.00\dot{1}$, $b = 0.00\dot{1}$

해설

$$0.50\dot{2} = \frac{502 - 50}{900} = 452 \times a$$

$$a = \frac{1}{900} = 0.00\dot{1}$$

$$0.\dot{3}\dot{2} = \frac{32}{99} = 32 \times b$$

$$b = \frac{1}{99} = 0.\dot{0}\dot{1}$$

22. 순환소수 $9.\dot{3}$에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$9.\dot{3} = \frac{93-9}{9} = \frac{28}{3}$ 이고,

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로 제곱이 되게 하는 자연수는 3과 7의 공배수이다.

따라서 가장 작은 자연수는 21이다.

23. 분수 $\frac{38}{111}$ 을 x 라 할 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 정수

▷ 정답 : 세 자리 정수

해설

$$\frac{38}{111} \times (10^3 - 1) = \frac{38}{111} \times 999 = 38 \times 9 = 342$$

24. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \cdots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$개이다.

25. 분수 $\frac{18 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. 순서쌍 (a, b) 라 할 때, $a+b$ 의 최댓값을 구하여라.
(단, a, b 는 자연수이고, $1 \le a \le 10$, $1 \le b \le 10$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=19$

해설

$\frac{18 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a} = \frac{3^2 \times 2 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a} = \frac{b}{2 \times a}$ 가 무한소수가 되어야 하므로, 분모 a 의 최댓값은 9 이고, 분자 b 의 최댓값은 10 이다.
따라서 $a+b$ 의 최댓값은 19 이다.

26. $\frac{a}{140}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$ 과 같을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $90 < a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$ 가 유한소수이므로 a 는 7 의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7 이 있으므로 a 는 $7 \times 7 = 49$ 이다.
조건에서 a 가 $90 < a < 100$ 이므로
$a = 2 \times 7^2 = 98$ 이다.
$\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$ 에서 $b = 10$
$\therefore a + b = 98 + 10 = 108$

27. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}57142\dot{}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

28. $1.\dot{2}+0.\dot{1}$ 을 계산하여 분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$1.\dot{2}+0.\dot{1}=\frac{11}{9}+\frac{1}{9}=\frac{4}{3}$$

29. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{7}$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

영철 : $0.\dot{3}\dot{7} = \frac{37}{99}$,

영은 : $1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = \text{A}$ 이다.

30. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

① $-5, -4, -3, -2, -1$

② $0,\ 0.31532\cdots$

③ 순환소수

④ $0.666\cdots,\ 0.1\dot{2}$

⑤ $2\pi,\ 5\pi$

해설

② $0.31532\cdots$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

⑤ $2\pi,\ 5\pi$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

31. 4 개의 숫자 1, 2, 3, 4 를 한 번씩 사용하여 $\frac{abcd}{9999}$ 를 만든다고 한다.

만들 수 있는 모든 수를 각각 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\frac{abcd}{9999} = 0.\dot{a}bc\dot{d}$ 에서

소수점 아래 둘째 자리의 숫자 b 가 1 일 경우

나머지 a, c, d 의 자리에 1 을 제외한 3 개의 수(2, 3, 4) 를 일렬로 배열한 것만큼 1 이 있다.

$\therefore\ 3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)

b 의 자리에 2, 3, 4 일 경우도 마찬가지로 각각 6 가지씩 있으므로

총 $(1 + 2 + 3 + 4) \times 6 = 60$ 이다.

따라서 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합은 60 이다.

32. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분자를 잘못 보고 계산하여 $0.\dot{7}\dot{2}$ 가 되었고 B 는 분모를 잘못 보고 계산하여 $0.78\dot{6}$ 이 되었다. 바르게 고친 답은?

① $5.\dot{3}\dot{2}$ ② $5.\dot{3}\dot{3}$ ③ $5.\dot{3}\dot{4}$ ④ $5.\dot{3}\dot{5}$ ⑤ $5.\dot{3}\dot{6}$

해설

$A : 0.\dot{7}\dot{2} = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}$, $B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$

A 는 분모를, B 는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는 $\frac{59}{11}$

이고, 순환소수로는 $5.\dot{3}\dot{6}$ 이다.

33. $0.\dot{2}\dot{1} = a$ 라 할 때, $(99.\dot{9} - 1) \times a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33} \quad \therefore \ a = \frac{7}{33}$$

$$(99.\dot{9} - 1) \times a = (100 - 1) \times \frac{7}{33} = 99 \times \frac{7}{33} = 21$$