

1. $\sqrt{81}$ 의 양의 제곱근을 a , $(-4)^2$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -7

② -1

③ 1

④ 7

⑤ 13

해설

$\sqrt{81} = 9$ 의 제곱근은 ± 3 이므로 양의 제곱근 $a = 3$

$(-4)^2 = 16$ 의 제곱근은 ± 4 이므로 음의 제곱근 $b = -4$

$\therefore a - b = 3 - (-4) = 7$

2. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나타낸 것은?

보기

$$2\sqrt{11}, 3\sqrt{7}, 0, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$$

① $0, 2\sqrt{11}, 3\sqrt{7}, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$

② $0, 3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$

③ $3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, 0, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$

④ $2\sqrt{11}, 3\sqrt{7}, 0, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$

⑤ $3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, 0, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$

해설

$$2\sqrt{11} = \sqrt{44}, 3\sqrt{7} = \sqrt{63}, \sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ 이므로 } -\sqrt{\frac{1}{2}} < -\sqrt{\frac{1}{3}}$$

큰 수부터 차례대로 나타내면, $3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, 0, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$

3. 다음 표는 제곱근표의 일부분이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 있는 것은?

수	0	1	2	3
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797
3.3	1.817	1.819	1.822	1.825
3.4	1.844	1.847	1.849	1.852

① $\sqrt{3.60}$

② $\sqrt{3.45}$

③ $\sqrt{3.14}$

④ $\sqrt{3.11} - \sqrt{3.01}$

⑤ $\sqrt{3.33} + \sqrt{3.15}$

해설

주어진 제곱근표로는 $\sqrt{3.60}$, $\sqrt{3.45}$, $\sqrt{3.14}$, $\sqrt{3.33} + \sqrt{3.15}$ 의 값을 구할 수 없다.

4. $5 < a < b$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(5-a)^2} + \sqrt{(b-5)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a + 12$

② $-2a + 2b$

③ 0

④ $2a - 12$

⑤ $2b - 12$

해설

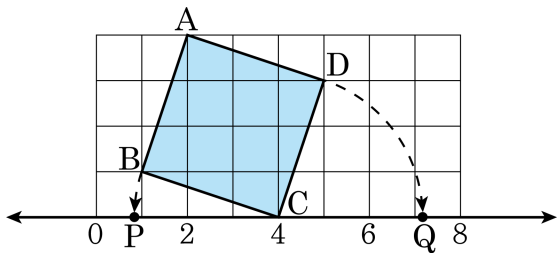
$$a < b \text{ 에서 } a - b < 0$$

$$5 < a \text{ 에서 } 5 - a < 0$$

$$5 < b \text{ 에서 } b - 5 > 0$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= -(a-b) - \{-(5-a)\} + (b-5) \\ &= -a + b + 5 - a + b - 5 \\ &= -2a + 2b \end{aligned}$$

5. □ABCD 는 정사각형이다. 점 P, Q 를 수직선 위에 놓을 때, 좌표 P(a), Q(b) 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b = 8$

해설

$$P(a) = 4 - \sqrt{10}, Q(b) = 4 + \sqrt{10}$$

$$a + b = 4 - \sqrt{10} + 4 + \sqrt{10} = 8$$

6. 다음 중 대소 관계가 바르지 않은 것은?

① $\sqrt{11} < 2\sqrt{3}$

② $\sqrt{6} + \sqrt{8} > \sqrt{8} + 2$

③ $\sqrt{13} + 1 > 4$

④ $-\sqrt{18} < -4$

⑤ $5\sqrt{6} + \sqrt{7} > \sqrt{7} + 6\sqrt{5}$

해설

$$\textcircled{5} \quad 5\sqrt{6} + \sqrt{7} - \sqrt{7} - 6\sqrt{5} = 5\sqrt{6} - 6\sqrt{5} < 0$$

$$\therefore 5\sqrt{6} + \sqrt{7} < \sqrt{7} + 6\sqrt{5}$$

7. $a\sqrt{3} = \sqrt{243}$, $b\sqrt{3} = \sqrt{0.0048}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = \frac{9}{25}$

해설

$$\sqrt{243} = 9\sqrt{3}, a = 9$$

$$\sqrt{0.0048} = \sqrt{\frac{2^4 \times 3}{10000}} = \frac{4\sqrt{3}}{100}$$

$$b = \frac{4}{100}$$

$$\therefore ab = 9 \times \frac{4}{100} = \frac{9}{25}$$

8. $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = a\sqrt{6}$ 이고 $\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = b\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① $\frac{\sqrt{6}}{6}$

② $\frac{\sqrt{6}}{4}$

③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = a\sqrt{6} \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{2} = b\sqrt{2} \quad \therefore b = 3$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 3} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

9. $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{7}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{7} - \sqrt{3}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{4}}{3 - 4} - \frac{\sqrt{4} + \sqrt{5}}{4 - 5} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{6}}{5 - 6} - \frac{\sqrt{6} + \sqrt{7}}{6 - 7} \\ &= -\sqrt{3} - \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{6} + \sqrt{7} = -\sqrt{3} + \sqrt{7} \end{aligned}$$

10. 두 다항식 $x^2 - ax - 18$, $2x^2 - x + b$ 의 공통인 인수가 $x + 2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -3$

해설

$$x^2 - ax - 18 = (x - 9)(x + 2)$$

$$-a = -9 + 2, a = 7$$

$$2x^2 - x + b = (x + 2)(2x + q)$$

$$q + 4 = -1, q = -5$$

$$b = 2 \times (-5), b = -10$$

$$\therefore a + b = -3$$

11. $(2x + A)(Bx - 7) = 4x^2 + Cx - 35$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(2x + A)(Bx - 7) &= 2Bx^2 + (AB - 14)x - 7A \\ &= 4x^2 + Cx - 35 \text{ 에서}\end{aligned}$$

$$2B = 4 \quad \therefore B = 2$$

$$-7A = -35 \quad \therefore A = 5$$

$$AB - 14 = C \quad \therefore C = -4$$

$$\therefore A + B + C = 5 + 2 - 4 = 3$$

12. 다음 보기의 인수분해 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

㉠ $2x^2 + x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$

㉡ $4x^2 - y^2 = (2x + y)(2x - y)$

㉢ $a^2 + 2ab + b^2 - a - b = (a + b - 1)(a + b)$

㉤ $4x^2 + 4x + 1 = (2x - 1)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ $2x^2 + x - 1 = (2x - 1)(x + 1)$

㉤ $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

13. 두 이차식 $16x^2 - 4y^2$, $2x^2 + 5xy - 3y^2$ 은 공통인 인수는?

① $2x - y$

② $2x + y$

③ $x + 3y$

④ $4(2x - y)$

⑤ $x + y$

해설

$$16x^2 - 4y^2 = 4(4x^2 - y^2) = 4(2x + y)(2x - y)$$

$$2x^2 + 5xy - 3y^2 = (2x - y)(x + 3y)$$

따라서 공통인 인수는 $(2x - y)$ 이다.

14. $(x-3)(x+a)-2$ 가 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+a)-2 &= (x+\alpha)(x+\beta) \\ x^2 + (a-3)x - 3a - 2 &= x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\beta\end{aligned}$$

$$\begin{cases} a-3 = \alpha+\beta & \cdots \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ -3a-2 = \alpha\beta & \cdots \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠}$ 의 $a = \alpha + \beta + 3$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$-3\alpha - 3\beta - 9 - 2 = \alpha\beta$$

$$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 9 = -2$$

$$(\alpha+3)(\beta+3) = -2$$

$\alpha+3 = \pm 1$ 일 때, $\beta+3 = \mp 2$ 이므로

$$(\alpha, \beta) = (-2, -5), (-4, -1)$$

$a = \alpha + \beta + 3$ 이므로

따라서 $a = -4$ 또는 -2 이다.

15. 이차식 $x^2 + ax + b$ 를 인수분해 하는데 갑은 x 항의 계수를 잘못 보고 $(x + 4)(x - 7)$ 으로 인수분해 하였고 을은 상수항을 잘못 보고 $(x - 2)(x - 10)$ 으로 인수분해 하였다. 이 때, $a - b$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

갑이 푼 이차식은 $(x + 4)(x - 7)$ 이므로 $x^2 - 3x - 28$ 이고,
 x 항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 -28 이다.

을이 푼 이차식은 $(x - 2)(x - 10)$ 이므로 $x^2 - 12x + 20$ 이고,
상수항을 잘못 보았으므로 x 항의 계수는 -12 이다.

$$\therefore a = -12, b = -28$$

$$\therefore a - b = -12 - (-28) = 16$$

16. 다음 중 $(m-1)^2 - (n-1)^2$ 의 인수를 모두 고르면?

① $m + n - 2$

② $m + n - 1$

③ $m - n + 2$

④ $m - n + 1$

⑤ $m - n$

해설

$m-1 = A$, $n-1 = B$ 로 치환하면

$$(m-1)^2 - (n-1)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (m-1+n-1)(m-1-n+1)$$

$$= (m+n-2)(m-n)$$

17. $xy - 3y + x - 3$ 을 인수분해하면 $(ax + b)(my + n)$ 일 때, $a + b + m + n$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$y(x - 3) + (x - 3) = (x - 3)(y + 1)$$

$$\therefore a + b + m + n = 1 - 3 + 1 + 1 = 0$$

18. $x = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, $2x^2 - 9x + 9$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3} + 6$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 9x + 9 &= (2x - 3)(x - 3) \\ &= (6 + 2\sqrt{3} - 3)(3 + \sqrt{3} - 3) \\ &= (3 + 2\sqrt{3})\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} + 6 \end{aligned}$$

19. $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 = 0$ 은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 는 세 변의 길이이다.)

① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^2(a - b) + a(b^2 + c^2) - b(b^2 + c^2) \\ &= a^2(a - b) + (a - b)(b^2 + c^2) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) = 0 \\ &\therefore a - b = 0, a = b \text{ 인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

20. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

21. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

22. 이차방정식 $(3x - 2)(2x + 3) = 0$ 을 풀면?

① $x = 2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

④ $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

$$3x - 2 = 0 \text{ 또는 } 2x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

23. $(x+4) : x = x : 2$ 를 만족하는 x 의 값은?

① $x = 2$ 또는 $x = -4$

② $x = -2$ 또는 $x = 4$

③ $x = -2$ 또는 $x = -4$

④ $x = 0$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = -2$

해설

$$(x+4) : x = x : 2$$

$$x^2 = 2(x+4), x^2 = 2x + 8$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0, (x+2)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

24. 다음 방정식의 공통근을 구하여라.

$$8x^2 + 14x - 15 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 20 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$

해설

$$8x^2 + 14x - 15 = 0$$

$$(2x + 5)(4x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3}{4}$$

$$2x^2 - 3x - 20 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 공통근은 $x = -\frac{5}{2}$ 이다.

25. 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$a + 2 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$$a = -1 \text{ 또는 } a = 2,$$

따라서 $2 - 1 = 1$ 이다.

26. 이차방정식 $x^2 + 4x + A = 0$ 의 근이 $x = B \pm \sqrt{3}$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^2 + 4x + 4 = -A + 4$$

$$(x + 2)^2 = -A + 4$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{-A + 4}$$

$$B = -2, -A + 4 = 3, A = 1$$

$$\therefore A - B = 1 + 2 = 3$$

27. 이차방정식 $(x-3)(2x-5) = 5x-4$ 를 $(x-p)^2 = k$ 의 꼴로 나타낼 때, $k-p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$(x-3)(2x-5) = 5x-4$$

$$2x^2 - 11x + 15 - 5x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 16x + 19 = 0$$

$$2(x^2 - 8x + 16) = -19 + 32$$

$$2(x-4)^2 = 13$$

$$(x-4)^2 = \frac{13}{2}$$

$$\therefore k = \frac{13}{2}, p = 4$$

$$\therefore k-p = \frac{13}{2} - 4 = \frac{5}{2}$$

28. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A + B$ 의 값은?

$$2x^2 + 3x - 1 = 0 \text{ 의 양변을 } 2 \text{ 로 나누면 } x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$$

$$-\frac{1}{2} \text{ 을 우변으로 이항하면 } x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}$$

$$\text{양변에 } A \text{ 를 더하면 } x^2 + \frac{3}{2}x + A = \frac{1}{2} + A$$

$$\text{좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = B$$

① $\frac{5}{4}$

② $\frac{9}{8}$

③ $\frac{23}{16}$

④ $\frac{13}{8}$

⑤ $\frac{53}{16}$

해설

좌변을 완전제곱식으로 만들기 위해 A 를 더한다.

$$A = \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}, B = \frac{9}{16} + \frac{1}{2} = \frac{17}{16}$$

$$\text{따라서 } A + B = \frac{9}{16} + \frac{17}{16} = \frac{13}{8} \text{ 이다.}$$

29. 이차방정식 $(x-1)^2 - 3(x-1) - 18 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $x^2 - ax + 2a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① 9

② 3

③ 1

④ -1

⑤ $-\frac{9}{5}$

해설

$x-1=t$ 로 치환하면 $t^2 - 3t - 18 = 0$

$(t-6)(t+3) = 0$, $t = 6$ 또는 $t = -3$

$t = x-1 = 6$ 또는 $t = x-1 = -3$ 에서 $x = 7$ 또는 $x = -2$
따라서 작은 근은 -2 이다.

$x = -2$ 를 $x^2 - ax + 2a = 0$ 에 대입하면

$(-2)^2 + 2a + 2a = 0$, $4a = -4$

$\therefore a = -1$

30. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다

③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.

④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다

⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

31. 이차방정식 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha\beta$ 의 값을 구하면?

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -4$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta = 4 - 8 = -4$$

32. $x^2 - 2x - 5 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 - 2x - 5 = 0$ 의 두 근의 합은 2 이다.

$x = 2$ 를 $x^2 - 3x + k = 0$ 에 대입하면

$$2^2 - 3 \times 2 + k = 0$$

$$\therefore k = 2$$

33. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.

② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.

③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.

④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.

② 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

34. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

① -11

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

35. $\{x|300 \leq x \leq 600, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 $\sqrt{3} \times \sqrt{x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 정수 x 의 개수를 구하면?

① 5 개

② 52 개

③ 100 개

④ 101 개

⑤ 301 개

해설

$\sqrt{3} \times \sqrt{x} = \sqrt{3x}$ 가 양의 정수일 때, $3x$ 는 제곱수가 되어야 하고
이 때, $x = 3k^2$ (k 는 자연수)이다.

$$300 \leq 3k^2 \leq 600 \Leftrightarrow 100 \leq k^2 \leq 200$$

$$k^2 = 10^2, 11^2, 12^2, 13^2, 14^2$$

$\therefore x$ 의 개수는 5 개

36. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

37. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

38. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

- ① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25 \dots\dots$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots\dots, 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

39. $x, y > 0$ 이고, $\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$, $y = x + 2$ 일 때, $3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$$

$$\sqrt{\frac{6}{x} \times 3x^2 \times 18x} = 90$$

$$\sqrt{18^2 \times x^2} = 90$$

$$18x = 90$$

$$\therefore x = 5$$

$$y = x + 2 \text{ 이므로 } \therefore y = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3} &= 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{4} \\ &= 3 \times 2 = 6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

40. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다.
 x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x = 100a$, $y = 10b$

② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$

③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$

④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$

⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore x = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

$$\therefore y = \frac{b}{10}$$

41. 수직선 위의 두 점 $A(\sqrt{48})$, $B(\sqrt{192})$ 사이의 점 $M(\sqrt{x})$ 에 대하여 $\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 3$ 이라 할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 75$

해설

$$\overline{AM} = \sqrt{x} - \sqrt{48} = \sqrt{x} - 4\sqrt{3}$$

$$\overline{MB} = \sqrt{192} - \sqrt{x} = 8\sqrt{3} - \sqrt{x}$$

$$\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 3 \text{ 이므로}$$

$$(\sqrt{x} - 4\sqrt{3}) : (8\sqrt{3} - \sqrt{x}) = 1 : 3$$

$$8\sqrt{3} - \sqrt{x} = 3\sqrt{x} - 12\sqrt{3}$$

$$20\sqrt{3} = 4\sqrt{x}$$

양변을 제곱하면

$$1200 = 16x$$

$$\therefore x = 75$$

42. a, b 가 유리수일 때, $(\sqrt{3} - 1)a + 2b = 0$ 을 만족하는 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 0$

▷ 정답: $b = 0$

해설

동류항끼리 정리하면 $\sqrt{3}a + (-a + 2b) = 0$ 이므로 $a = 0, b = 0$

43. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} = \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}}$$

$$= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}}$$

$$= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}$$

$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

$$3x - \left\{ -\left(x - \frac{1}{x}\right) \right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$5x = 5$$

$$\therefore x = 1$$

44. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

$$x - y = -2 \quad (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$

45. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

① $x = 1, x = 3$

② $x = 1, x = 5$

③ $x = 1$

④ $x = 2, x = 3$

⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

46. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ 주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
 ㉡ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
 ㉢ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
 ㉤ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면

$$\alpha(\alpha + 2) = 24 \text{에서 } \alpha = 4 \text{ 또는 } -6$$

㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$

㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.

㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 4, 6이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$

$$\therefore m = 13$$

㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

47. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

48. $3x^2 + ax + 12$ 와 $x^2 + 5x + b$ 완전제곱식이 될 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = \frac{73}{4}$

해설

$3x^2 + ax + 12$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 3 \times 12 \quad \therefore a = 12$$

$x^2 + 5x + b$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = b \quad \therefore b = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a + b = 12 + \frac{25}{4} = \frac{48}{4} + \frac{25}{4} = \frac{73}{4}$$

49. 이차방정식 $ax^2 + bx + ca = -b$ 가 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 을 근으로 가질 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x = 1$ 을 주어진 이차방정식에 대입하면

$$a + b + ca = -b$$

a 에 대하여 정리하면

$$(1 + c)a + 2b = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$1 + c = 0, 2b = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore b = 0, c = -1$$

$$\therefore bc = 0$$

50. 이차방정식 $x^2 + 3x - 11 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 3x - 11 = 0$

② $x^2 + 3x - 13 = 0$

③ $x^2 + x - 13 = 0$

④ $x^2 + x - 11 = 0$

⑤ $x^2 + x - 9 = 0$

해설

$x^2 + 3x - 11 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -11$

$\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서

두 근의 합은 $(\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$

두 근의 곱은 $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -13$

$\therefore x^2 + x - 13 = 0$