

1. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 인 상수함수일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$

$g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$

$\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

2. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 로의 대응 f 중 $f(1) = a_1, f(2) = a_2$ 인 함수 f 의 개수는?

① 8 개

② 25 개

③ 64 개

④ 81 개

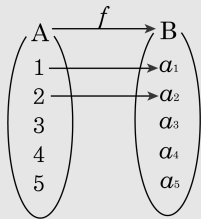
⑤ 125 개

해설

$f(1) = a_1, f(2) = a_2$ 인 함수

$f : A \rightarrow B$ 는 다음 그림에서 A 의 원소 3, 4, 5 에 B 의 원소 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 중 하나를 각각 대응시키면 된다.

따라서, 구하는 함수의 개수는 $5 \times 5 \times 5 = 125$ (개)



3. 함수 $f(x) = 2x + |x|$ 의 역함수를 $g(x) = ax + b|x|$ 라 할 때, $3ab$ 의 값을 구하면?

① $\frac{2}{9}$

② $\frac{2}{3}$

③ $-\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{4}{3}$

해설

$$f(x) = 2x + |x| = \begin{cases} 3x & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases} \text{의}$$

역함수를 구한 것이

$$g(x) = \begin{cases} (a+b)x & (x \geq 0) \\ (a-b)x & (x < 0) \end{cases} \text{가 되어야한다.}$$

(i) $x \geq 0$ 일 때, $y = 3x$ 의 역함수를 구하면

$$x = 3y (y \geq 0), \text{ 즉 } y = \frac{x}{3} (x \geq 0)$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{3} \dots\dots\textcircled{\Gamma}$$

(ii) $x < 0$ 일 때, $y = x$ 의 역함수를 구하면

$$x = y (y < 0), \text{ 즉 } y = x (x < 0)$$

$$\therefore a - b = 1 \dots\dots\textcircled{\Delta}$$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\Delta}$ 을 연립하여 풀면

$$a = \frac{2}{3}, b = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore 3ab = -\frac{2}{3}$$

4. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하고, $g(0) = 5$ 라 한다. 또 $f(2x+1) = h(x)$ 라 하고, $h(x)$ 의 역함수를 $l(x)$ 라 할 때, $l(0)$ 의 값은?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$l(0) = k \text{ 라 하면 } h(k) = 0, f(2k+1) = h(k) = 0 \\ f(5) = 0, 2k+1 = 5, k = 2$$

5. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 6 (x \geq 2)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구하면?

① -1

② $-\sqrt{2}$

③ 1

④ $\sqrt{2}$

⑤ 2

해설

함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 그래프의 교점과 같다.

$y = x^2 - 4x + 6$ 과 $y = x$ 를 연립하면

$$x^2 - 5x + 6 = 0, (x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore x = 2, y = 2 \text{ 또는 } x = 3, y = 3$$

즉, 두 교점은 점 $(2, 2)$, $(3, 3)$ 이다.

따라서, 구하는 두 교점 사이의 거리는

$$\sqrt{(3-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$$