

1. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳은 것은?

- ① $0.242424\cdots = 0.\dot{2}4$ ② $2.34234234\cdots = \dot{2}.3\dot{4}$
③ $0.052052052\cdots = 0.0\dot{5}2\dot{0}$ ④ $1.26666\cdots = 1.\dot{2}\dot{6}$
⑤ $0.432432432\cdots = 0.4\dot{3}2\dot{4}$

해설

② $2.\dot{3}4\dot{2}$, ③ $0.0\dot{5}\dot{2}$, ④ $1.2\dot{6}$, ⑤ $0.43\dot{2}$

2. $\{(-x^2y)^3\}^2$ 을 간단히 하면?

① x^4y^5

② x^6y^3

③ x^7y^5

④ x^8y^6

⑤ $x^{12}y^6$

해설

$$\{(-x^2y)^3\}^2 = (-x^6y^3)^2 = x^{12}y^6$$

3. 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

$$(xy^2)^{\square} \div (-xy^3) \times (\square x^2y) = (-7x^3y^{\square})$$

- ① 2, 4, 3
- ② 3, 4, 3
- ③ 2, 7, 2
- ④ 2, 5, 3
- ⑤ 3, 4, 5

해설

$$(xy^2)^2 \div (-xy^3) \times (7x^2y) = (-7x^3y^2)$$

4. 다음 안에 알맞은 식을 찾아라.

$$-15xy^2 \div \square = -\frac{5y}{x^2}$$

① $3x^3y$

② $-3x^3y$

③ $3xy^3$

④ $-3xy^3$

⑤ $3xy^2$

해설

$$\begin{aligned}\square &= -15xy^2 \div \left(-\frac{5y}{x^2}\right) \\ &= -15xy^2 \times \left(-\frac{x^2}{5y}\right) \\ &= 3x^3y\end{aligned}$$

5. 가로 길이가 $3ab^2$, 세로 길이가 $4a^2b$ 인 직사각형의 넓이는 밑변이 $6a^3b^2$, 높이가 $\square$ 인 평행사변형의 넓이와 같다. 높이 $\square$ 의 길이를 구하면?

- ① ab ② $2ab$ ③ $2a$ ④ $2b$ ⑤ a^2b

해설

(직사각형의 넓이) = (가로) $\times$ (세로)
(평행사변형의 넓이) = (밑변) $\times$ (높이)

$$3ab^2 \times 4a^2b = 6a^3b^2 \times \square$$

$$\therefore \square = \frac{12a^3b^3}{6a^3b^2} = 2b$$

6. 상수 a, b 에 대하여 $3x - \{2x - (x - y)\} = ax + by$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

- ① $a = -1, b = 1$ ② $a = -1, b = 2$ ③ $a = 0, b = 1$
④ $a = 1, b = -1$ ⑤ $a = 2, b = -1$

해설

$$\begin{aligned} 3x - \{2x - (x - y)\} &= 3x - (2x - x + y) \\ &= 3x - (x + y) \\ &= 3x - x - y \\ &= 2x - y \end{aligned}$$

$$ax + by = 2x - y$$

따라서 $a = 2, b = -1$ 이다.

7. 다음 식 $\frac{2}{3}x(5-2x)$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{4}{3}x^2 + \frac{10}{3}x$

② $-\frac{4}{3}x^2 + \frac{5}{3}x$

③ $\frac{2}{3}x^2 - \frac{5}{3}x$

④ $\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x$

⑤ $\frac{2}{3}x^2 + \frac{10}{3}x$

해설

$$\frac{2}{3}x \times 5 + \frac{2}{3}x \times (-2x) = \frac{10}{3}x - \frac{4}{3}x^2$$

8. $a = -1$, $b = 2$ 일 때, $-3a + 6b - 3(b + 2a)$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} -3a + 6b - 3(b + 2a) &= -3a + 6b - 3b - 6a \\ &= -9a + 3b \end{aligned}$$

$$\therefore -9 \times (-1) + 3 \times 2 = 9 + 6 = 15$$

9. 윗변의 길이가 a , 아랫변의 길이가 b , 높이가 h 인 사다리꼴의 넓이를 s 라 할 때, b 를 다른 문자에 관한 식으로 나타내면?

① $b = 2s - h$ ② $b = 2s + ah$ ③ $b = \frac{2s}{h} - a$
④ $b = \frac{2s}{h} + a$ ⑤ $b = \frac{2s}{h} + 1$

해설

$$s = (a + b) \times h \div 2 = \frac{ah + bh}{2}$$

$$2s = ah + bh$$

$$bh = 2s - ah$$

$$\therefore b = \frac{2s - ah}{h} = \frac{2s}{h} - a$$

10. $8x - 2y + 2 = 4x - y - 3$ 일 때, $2x - 3y + 1$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $-10x + 16$

② $-10x - 14$

③ $12x + 16$

④ $10x - 14$

⑤ $10x - 16$

해설

$8x - 2y + 2 = 4x - y - 3$ 이므로 $y = 4x + 5$ 이다.

$$\begin{aligned} 2x - 3y + 1 &= 2x - 3(4x + 5) + 1 \\ &= 2x - 12x - 15 + 1 \\ &= -10x - 14 \end{aligned}$$

11. 분수 $\frac{1}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 96 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$, $96 \div 6 = 16 \cdots 0$ 이므로
소수점 아래 96 번째 숫자는 7이다.

12. 순환소수 $4.\dot{2}\dot{3}$ 를 분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{127}{30}$

해설

$$4.\dot{2}\dot{3} = \frac{423 - 42}{90} = \frac{381}{90} = \frac{127}{30}$$

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $0.4\dot{2} < 0.\dot{4}$ ② $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{178}{99}$ ③ $0.\dot{6} > 0.\dot{6}\dot{0}$
④ $9.\dot{9} = 10$ ⑤ $10.0\dot{4} = \frac{994}{90}$

해설

$$\textcircled{5} \quad 10.0\dot{4} = \frac{1004 - 100}{90} = \frac{904}{90}$$

14. 다음 중 아래 식을 만족시키는 x 를 모두 고르면?

$$\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$$

- ① 0.1 ② 0.2 ③ 0.3 ④ 0.4 ⑤ 0.5

해설

$\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2} \rightarrow 0.1\bar{6} < x < 0.5$ 만족하는 x 는 ②, ③, ④이다.

15. 순환소수 $1.\dot{1}5$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3

② 9

③ 33

④ 90

⑤ 99

해설

$1.\dot{1}5 = \frac{115 - 1}{99} = \frac{38}{33}$ 이므로 가장 작은 자연수 a 는 33이다.

16. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하지 않는 무한소수도 분수로 나타낼 수 있다.
- ② 순환소수는 모두 유리수이다.
- ③ 유한소수는 모두 유리수이다.
- ④ 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

- ① 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ④ 유리수 중에 순환소수도 있다.
- ⑤ 순환소수는 무리수이다.

17. 다음 보기의 식 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $a^2 \times a^2 \times a^3 = a^{12}$
- ㉡ $y^2 \times z^3 \times y^3 = y^5 z^3$
- ㉢ $a^3 \times b^2 \times a^2 \times b^2 = a^6 b^4$
- ㉤ $x \times x^3 \times y^2 \times y^5 \times z^5 = x^4 y^7 z^5$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ $a^2 \times a^2 \times a^3 = a^{2+2+3} = a^7$
- ㉡ $y^2 \times z^3 \times y^3 = y^5 z^3$
- ㉢ $a^3 \times b^2 \times a^2 \times b^2 = a^{3+2} b^{2+2} = a^5 b^4$
- ㉤ $x \times x^3 \times y^2 \times y^5 \times z^5 = x^{1+3} y^{2+5} z^5 = x^4 y^7 z^5$

18. $4x^4 \div x^2 \div 2x$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x$

해설

$$4x^4 \div x^2 \div 2x = 2x^{4-2-1} = 2x$$

19. 다음 두 식을 모두 만족하는 상수 x, y 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{a}{b^4}\right)^2 = \frac{a^2}{b^x}, \left(\frac{b}{a^x}\right)^2 = \frac{b^2}{a^y}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 8$

▷ 정답 : $y = 16$

해설

$$\left(\frac{a}{b^4}\right)^2 = \frac{a^2}{b^8} \text{ 이므로 } x = 8$$

$$\left(\frac{b}{a^8}\right)^2 = \frac{b^2}{a^{16}} \text{ 이므로 } y = 16$$

20. $(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 &= a^6b^{3x} \times \frac{1}{a^yb^3} \\ &= a^{6-y}b^{3x-3} \\ &= a^5b^9\end{aligned}$$

$$6 - y = 5 \quad \therefore y = 1$$

$$3x - 3 = 9 \quad \therefore x = 4$$

$$\therefore x + y = 5$$

21. 다항식 A 에서 $-x-2y$ 를 더하였더니 $4x+y$ 가 되었다. 이 때, 다항식 A 를 구하면?

① $2x+y$

② $3x-y+1$

③ $4x+y-3$

④ $5x+3y$

⑤ $6x+5y$

해설

$$A + (-x - 2y) = 4x + y \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} A &= (4x + y) - (-x - 2y) \\ &= 4x + y + x + 2y \\ &= 5x + 3y \end{aligned}$$

22. $-(2x^2 - ax + 5) + (4x^2 - 3x + b) = cx^2 + 6x + 7$ (단, a, b, c 는 상수)
를 만족하는 a, b, c 에 대하여 $2a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$$\begin{aligned} & -(2x^2 - ax + 5) + (4x^2 - 3x + b) \\ &= -2x^2 + ax - 5 + 4x^2 - 3x + b \\ &= 2x^2 + (a - 3)x - 5 + b \\ &= cx^2 + 6x + 7 \\ a - 3 &= 6 \\ a &= 9 \\ -5 + b &= 7 \\ b &= 12 \\ c &= 2 \\ \therefore 2a + b - c &= 18 + 12 - 2 = 28 \end{aligned}$$

23. 식 $(7x^2 - 5x + 6) - (3x^2 - 2x + 4)$ 를 간단히 하면?

- ① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - 3x + 10$ ③ $4x^2 - 7x - 2$
④ $4x^2 - 7x + 2$ ⑤ $4x^2 - 7x + 10$

해설

$$\begin{aligned} & (7x^2 - 5x + 6) - (3x^2 - 2x + 4) \\ &= 7x^2 - 5x + 6 - 3x^2 + 2x - 4 \\ &= 4x^2 - 3x + 2 \end{aligned}$$

24. $a = 3$, $b = \frac{1}{2}$ 일 때, $(2ab)^2 \times (-12ab^3) \div 3a^2b$ 의 값은?

- ① 3 ② -3 ③ 6 ④ -6 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{4a^2b^2 \times (-12ab^3)}{3a^2b} \\&= -16ab^4 \\&= -16 \times 3 \times \frac{1}{16} = -3\end{aligned}$$

25. 다음 계산 중 옳은 것은?

① $2a(3x+2) = 6ax+2a$

② $(2ab+3b) \div \frac{b}{2} = 4a+6b^2$

③ $(8x^2-12x) \div (-4x) = -2x+3$

④ $2x(3x-1)-3x(4-x) = 9x^2-10x$

⑤ $3x(-x+2y-4) = 3x^2+6xy-12x$

해설

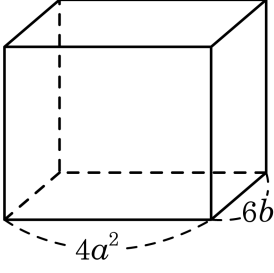
① $6ax+4a$

② $4a+6$

④ $9x^2-14x$

⑤ $-3x^2+6xy-12x$

26. 다음 그림과 같이 밑면의 가로 길이가 $4a^2$, 세로의 길이가 $6b$ 인 직육면체의 부피가 $72a^4b^2$ 일 때, 이 직육면체의 높이는?



- ① $3a^2b$ ② $3ab^2$ ③ $3a^2b^2$ ④ a^2b ⑤ ab^2

해설

$$h = 72a^4b^2 \div (4a^2 \times 6b) = \frac{72a^4b^2}{24a^2b} = 3a^2b$$

27. $x = -1, y = 2$ 일 때, $\frac{2x^2 - 3xy}{x} - \frac{xy - 5y^2}{y}$ 을 $ax + by$ 의 꼴로 간단히 한 다음 이 식의 값 c 를 구하였다. a, b, c 의 값을 순서대로 썼을 때 옳은 것을 고르면?
- ① 1, -8, -9 ② 1, -8, -17 ③ 2, 3, 4
- ④ 1, 2, 1 ⑤ 1, 2, 3

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2x^2 - 3xy}{x} - \frac{xy - 5y^2}{y} \\ &= \frac{y(2x^2 - 3xy) - x(xy - 5y^2)}{xy} \\ &= \frac{2x^2y - 3xy^2 - x^2y + 5xy^2}{xy} \\ &= \frac{x^2y + 2xy^2}{xy} = x + 2y \\ \therefore a &= 1, b = 2 \\ \therefore c &= ax + by = 1 \times (-1) + 2 \times 2 = 3 \end{aligned}$$

28. 자연수, 정수, 유리수에 대하여, 다음 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠

-1은 자연수가 아니다.
- ㉡

3은 정수가 아니다.
- ㉢

$\frac{5}{3}$ 은 자연수이다.
- ㉣

-1.23은 유리수가 아니다.
- ㉤

$\frac{7}{12}$ 는 유리수이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ -1은 음의 정수
- ㉡ 3은 정수
- ㉢ $\frac{5}{3}$ 는 정수가 아닌 유리수
- ㉣ -1.23은 정수가 아닌 유리수
- ㉤ $\frac{7}{12}$ 는 정수가 아닌 유리수
- 즉, 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢, ㉣로 3개이다.

29. 다음 두 분수 $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{22}$ 를 소수로 나타낼 때, 두 소수의 순환마디를 각각 a, b 라 하면 $a+b$ 의 값은?

① 12

② 22

③ 27

④ 30

⑤ 33

해설

$$\frac{1}{12} = 0.083333\cdots, \frac{5}{22} = 0.2272727\cdots$$

$$\therefore a = 3, b = 27$$

$$\therefore a + b = 30$$

30. $x = 0.\dot{5}8\dot{3}$ 일 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인가?

- ① 한 자리 정수
- ② 두 자리 정수
- ③ 세 자리 정수
- ④ 네 자리 정수
- ⑤ 다섯 자리 정수

해설

$$x = 0.\dot{5}8\dot{3} = \frac{583}{999}$$
$$x \times (10^3 - 1) = \frac{583}{999} \times 999 = 583$$

31. 다음 중 순환소수를 x 로 놓고 분수로 고칠 때, 식 $1000x - 10x$ 가 가장 편리하게 사용되는 것은?

- ① $0.\dot{3}1$ ② $0.\dot{8}$ ③ $0.2\dot{5}\dot{8}$ ④ $2.5\dot{7}$ ⑤ $0.7\dot{5}\dot{6}$

해설

③ $1000x$ 와 $10x$ 의 소수점 아래 부분이 일치하는 $0.2\dot{5}\dot{8}$ 을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

32. $x = 0.2$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x} + 1}}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x} + 1}} \\&= \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{1+x}} = \frac{1}{x} + \frac{1+x}{1} \\&= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1 \\x = 0.2 &= \frac{2}{9} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1 &= \frac{9}{2} + \frac{9}{2} + 1 = 10\end{aligned}$$

33. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 승연이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.4\bar{1}$ 이 되었고, 승민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\bar{3}1$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{31}{90}$ ② $\frac{37}{90}$ ③ $\frac{31}{99}$ ④ $\frac{32}{99}$ ⑤ $\frac{37}{99}$

해설

$$\text{승연 : } 0.4\bar{1} = \frac{37}{90},$$

$$\text{승민 : } 0.\bar{3}1 = \frac{31}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{승민이가 본 분자})}{(\text{승연이가 본 분모})} = \frac{31}{90} = A \text{ 이다.}$$

34. $81^5 = (3^a)^5 = 3^a$ 에서 안에 알맞은 수를 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 20

해설

$81 = 3^4$, $(3^4)^5 = 3^{20}$ 이므로 4, 20이다.

35. $4x^4 \div x^2 \div (2x)^3$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2x}$

해설

$$4x^4 \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{8x^3} = \frac{4x^4}{8x^5} = \frac{1}{2x}$$

36. $2^n = x$, $3^n = y$ 일 때, $9^n \times 24^{3n} \div 3^{2n}$ 을 x , y 에 관한 식으로 옳게 나타낸 것은?

- ① x^5y^2 ② x^6y ③ x^6y^4 ④ x^8y^2 ⑤ x^9y^3

해설

$$\begin{aligned} 9^n \times 24^{3n} \div 3^{2n} &= 3^{2n} \times 2^{9n} \times 3^{3n} \div 3^{2n} \\ &= 3^{3n} \times 2^{9n} \\ &= y^3 \times x^9 \\ &= x^9y^3 \end{aligned}$$

37. $2^{13} \times 5^{15}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 15 자리 수

해설

$2^{13} \times 5^{13} \cdot 5^2 = (2 \times 5)^{13} \times 5^2 = 25 \times 10^{13}$
따라서 15 자리의 수이다.

38. 다음 식을 간단히 하면?

$$(-a^3) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

① 1

② 2

③ $\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (-a^3) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \\ &= -a^3 \times \frac{8}{a^3} \times \left(-\frac{1}{8}\right) = 1 \end{aligned}$$

39. $x = 2y$ 일 때, $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 의 값을 구하면? (단, $x \neq 0$, $y \neq 0$)

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 에 $x = 2y$ 를 대입하면

$$\frac{2y}{2y+y} + \frac{y}{2y-y} = \frac{2y}{3y} + \frac{y}{y} = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

40. 어떤 다항식 A 에서 x^2+3x-5 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $-2x^2-4x+3$ 이 되었다. 이 때, 어떤 다항식 A 는?

- ① $-3x^2-7x+8$ ② $-3x^2-x-2$ ③ $-x^2+x-3$
④ $-x^2-x+2$ ⑤ $3x^2+2x-5$

해설

$$\begin{aligned} A &= (-2x^2-4x+3) - (x^2+3x-5) \\ &= -2x^2-4x+3-x^2-3x+5 \\ &= -3x^2-7x+8 \end{aligned}$$

41. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 $2^x, 5^y, 2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

$\therefore$ 8개

42. $\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 사이의 분수 중에서 분모가 24이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 의 분모를 24로 통분하면 $\frac{4}{24}$, $\frac{18}{24}$
 $\frac{4}{24} < \frac{x}{24} < \frac{18}{24}$

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 유한소수로 나타내려면 x 는 3의 배수이어야 한다. 즉, 6, 9, 12, 15로 4개이다.

43. x 가 1이상 50이하인 자연수일 때, $\frac{x}{105}$ 가 유한소수로 나타내어진다고 한다. 이때, x 의 값이 될 수 있는 수는 모두 몇 개인가?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$105 = 3 \times 5 \times 7$ 이므로 x 는 21의 배수이다.
따라서 21의 배수는 21, 42의 2개다.

44. 자연수 A, B 가 다음 식을 만족할 때, A, B 를 동시에 만족하는 값을 구하여 $A + B$ 의 최솟값을 구하여라.

$$\frac{1}{60} \times A = \frac{1}{B} \text{ (단, } \frac{1}{B} \text{ 은 유한소수)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\frac{1}{60} \times A$ 가 유한소수이려면

A 는 3의 배수이어야 하고 $\frac{1}{60} = \frac{1}{AB}$, $AB = 60$ 이므로

(A, B) 를 구하면 $(3, 20), (6, 10), (12, 5), (15, 4)$ 이다.

따라서 $A + B$ 의 최솟값은 16이다.

45. 자연수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면

$0.\overline{xyz}$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 37

▷ 정답 : 111

▷ 정답 : 333

▷ 정답 : 999

해설

순환소수 $0.\overline{xyz}$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.
이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약 수는 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999 이다.
그런데 기약분수의 분모가 1, 3, 9 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.
따라서 조건에 맞는 분모는 27, 37, 111, 333, 999 이다.

46. 어떤 자연수에 0.4를 곱할 것을 0.4를 곱하여 계산하였더니 정답과의 차가 2가 되었다. 어떤 자연수를 구하면?

① 32

② 45

③ 55

④ 62

⑤ 75

해설

$$x \times 0.4 - x \times 0.4 = 2$$

$$\frac{4}{9}x - \frac{2}{5}x = 2$$

$$20x - 18x = 90$$

$$\therefore x = 45$$

47. n 이 자연수 일 때,
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) n 이 홀수 일 때 :
 $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수이므로
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$
 $= -1 + 1 + (-1)(-1) + 1$
 $= 2$
ii) n 이 짝수 일 때 :
 $n+1$ 은 홀수, $n+2$ 은 짝수, $2n$ 은 짝수이므로
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$
 $= 1 + (-1) + 1 \cdot 1 + 1$
 $= 2$
 $\therefore 2$

48. $3^{2x}(9^x + 9^x + 9^x) = 243$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3^{2x} \times 3 \times 3^{2x} = 3^{4x+1} = 3^5 \text{ 이므로 } 4x + 1 = 5 \\ \therefore x = 1$$

49. 자연수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 함수 f 가 있다. $f(2) = a, f(3) = b, f(5) = c$ 이고, $f(k) = 3a + 2b + c$ 일 때, 자연수 k 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24 개

해설

$f(k) = 3a + 2b + c$ 에서

$$f(k) = 3f(2) + 2f(3) + f(5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(3) + f(3) + f(5)$$

$$\frac{f(3) + f(3)}{f(3) + f(3)}$$

$$f(xy) = f(x) + f(y) \text{ 이므로}$$

$$f(k) \equiv f(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) \equiv f(2^3 \times 3^2 \times 5)$$

$$f(k) = f(2 \times 2 \times \dots)$$

$\therefore k = 2^3 \times 3^2 \times 5$
따라서 k 의 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (개)이다.

50. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=\frac{3}{2}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ 일 때, abc 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ 의 양변에 abc 를 곱하면

$$ab+bc+ca=abc$$

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \text{ 이므로}$$

$$1=\frac{3}{2}+2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca=abc=-\frac{1}{4}$$