1. 다음 중 일차함수인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $y = -1$ ② $y = 2x$ ③ $y = -\frac{5}{2}x + 8$

④ $y = -\frac{1}{x}$ ⑤ $y = x^2 - 1$

해설

함수 $y = f(x)$ 에서 y 가 x 에 관한 일차식 $y = ax + b$ (a, b 는 상수, $a \neq 0$) 의 꼴로 나타내어질 때, 이 함수 f 를 일차함수라 한다.

2. 일차함수 $y = f(x)$ 에서 $y = 3x - 1$ 일 때, $f(2) - f(-1)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

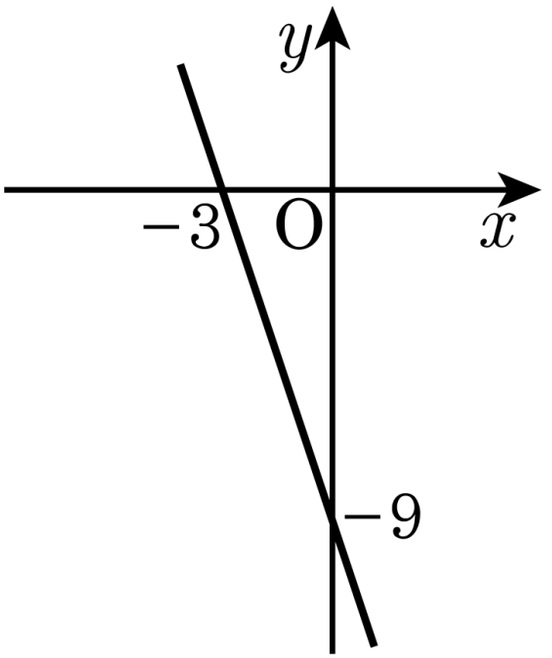
해설

$f(2) = 3 \times 2 - 1 = 5$

$f(-1) = 3 \times (-1) - 1 = -4$

$\therefore \quad f(2) - f(-1) = 5 - (-4) = 9$

3. 다음 그림과 같은 그래프 위에 점 $(a,\ -13)$ 이 있을 때, a 의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{13}{3}$

해설

$y = -3x - 9$ 에 $(a,\ -13)$ 을 대입하면

$-13 = -3a - 9$

$3a = 4$

$\therefore\ a = \frac{4}{3}$

4. 일차함수 $y = \frac{3}{2}x - 4$ 와 평행하고, 점 $(2, 6)$을 지나는 일차함수의 y 절편을 구하면?

① -4 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

$y = \frac{3}{2}x + b$ 에 $(2, 6)$을 대입

$6 = \frac{3}{2} \times 2 + b, \quad b = 3 = y$절편

5. 두 점 $(-2,\ -5)$, $(1,\ 4)$를 지나는 일차함수의 그래프는?

① $y = 3x - 1$ ② $y = 3x + 1$ ③ $y = -3x + 1$

④ $y = -3x - 1$ ⑤ $y = 2x + 1$

해설

일차함수를 $y = ax + b$라 하고 두 점을 대입하여 연립방정식을 풀면,

$$\begin{cases} -5 = -2a + b \\ 4 = a + b \end{cases}$$

$\Rightarrow \quad a = 3,\ \ b = 1$

$\therefore\ y = 3x + 1$

6. 길이가 30cm 인 양초에 불을 붙이면 6 분마다 2cm 씩 짧아진다고 한다. x 분 후의 양초의 길이를 $y$cm 라 할 때, x, y 사이의 관계식은 $y = 30 - ax$ 로 나타낼 수 있다. 이때, a 의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

6 분마다 2cm 씩 짧아지면 1 분에 $\frac{1}{3}$cm 만큼씩 짧아지므로 x 분 후의 양초의 길이 $y$cm 는 $y = 30 - \frac{1}{3}x$ 이다.

7. 직선 $2x - y + 4 = 0$ 위에 있지 <u>않은</u> 점의 개수는?

보기

㉠ $(-2,\ 0)$ ㉡ $(1,\ 6)$ ㉢ $(2,\ 8)$

㉣ $(4,\ 0)$ ㉤ $(-1,\ 2)$ ㉥ $\left(1,\ \frac{15}{4}\right)$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 6 개

해설

보기의 각 점의 좌표를 대입하여 참이 되지 않는 것을 찾으면 ㉣, ㉥으로 2 개이다.

8. 다음 연립방정식의 해가 한 쌍일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

$$\begin{cases} 2x+4y=2 \\ x+ay=1 \end{cases}$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

연립방정식의 해가 한 쌍이라는 것은 두 직선의 기울기가 다르다는 것이다. 따라서 기울기가 같은 것을 찾는다.

② $a=2$ 이면 $\begin{cases} 2x+4y=2 \\ x+2y=1 \end{cases}$ 가 된다. 따라서 $\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=2$

이므로 기울기가 같다.

따라서 2 는 a 의 값이 될 수 없다.

9. 다음 중 y가 x의 함수가 아닌 것은?

① 한 개에 200원 하는 과자를 x개 샀을 때의 값 y원

② 밑변의 길이가 4 cm, 높이가 x cm인 삼각형의 넓이 $y\,\text{cm}^2$

③ 자연수 x의 약수의 갯수 y

④ 낮의 길이 x에 대한 밤의 길이 y

⑤ 자연수 x에 대하여 x보다 작은 자연수 y

해설

함수는 x의 값이 하나 결정되면, 그에 대응하는 y의 값도 반드시 하나가 결정되어야 한다.

①$y = 200x$(함수)

②$y = 2x$(함수)

③ x의 값이 하나 결정되면, 그에 대응하는 y의 값도 반드시 하나가 결정되므로 함수이다.

④ $y = 24 - x$(함수)

⑤ x의 값이 하나 결정되면, 그에 대응하는 y의 값도 반드시 하나가 결정되어야 하는데, $x = 1$일 때, 1보다 작은 자연수 y의 값이 결정되지 않으므로 함수가 아니다.

10. 일차함수 $f(x) = 2x - 6$의 그래프를 y축 방향으로 4만큼 평행 이동한 그래프의 x절편과 y절편의 합은?

① 4 ② -4 ③ -1 ④ 1 ⑤ -7

해설

$f(x) = 2x - 6$의 그래프를 y축 방향으로 4만큼 평행 이동한 그래프는 $f(x) = 2x - 2$이므로

$y = 0$일 때, $0 = 2x - 2$, $x = 1$

$x = 0$일 때, $y = 2 \times 0 - 2$, $y = -2$

$\therefore\ 1 + (-2) = -1$

11. 좌표평면 위의 세 점 $(-5,\ 3),\ (1,\ 3),\ (3,\ a)$ 가 한 직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값과 직선의 방정식은?

① $0,\ x=0$ ② $3,\ x=3$ ③ $3,\ x=-3$

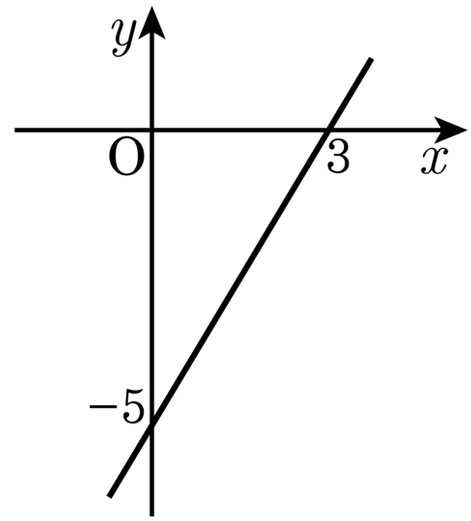
④ $3,\ y=3$ ⑤ $3,\ y=-3$

해설

y 값이 같으므로 x 축에 평행한 직선이다.

$\therefore a=3,\ y=3$

12. 다음 그림과 같은 직선이 점 $\left(\frac{3}{5},\ k\right)$를 지날 때, k의 값은?



① -4 ② -5 ③ -6 ④ -7 ⑤ -8

해설

x절편이 3, y절편이 -5이므로 $(3,\ 0)$, $(0,\ -5)$를 지난다.
직선의 방정식을 $y = ax + b$라고 놓으면
$b = -5$이고

$0 = 3 \times a - 5,\ a = \frac{5}{3}$이므로, $y = \frac{5}{3}x - 5$이다.

점 $\left(\frac{3}{5},\ k\right)$가 이 위에 있으므로

$k = \frac{5}{3} \times \frac{3}{5} - 5,\ k = -4$이다.

13. 높이가 30 cm 인 물통에 물이 가득 들어 있을 때, 일정 비율로 물을 뺄 때 1 분에 2 cm 씩 줄어든다. 물의 높이가 14 cm 인 것은 물을 빼내기 시작한 지 몇 분만인지 구하여라.

▶ 답 : 분

▷ 정답 : 8 분

해설

$y = 30 - 2x(0 \le x \le 15)$

$14 = 30 - 2x$

$2x = 16$

$\therefore x = 8$(분)

14. 두 점 $(-1,\ k-3)$, $(4,\ 6-2k)$ 를 지나는 직선이 y 축에 수직일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

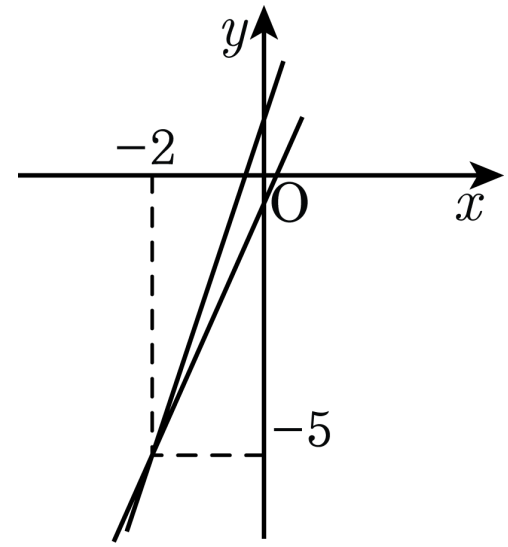
y 축에 수직이면 $y =$ (상수) 이므로

$k-3=6-2k$

$3k=9$

$\therefore k=3$

15. 연립방정식 $\begin{cases} 3x-ay=1 \\ bx-y=-1 \end{cases}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, ab 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=4$

해설

$3x-ay=1$ 에 $(-3,\ -5)$ 를 대입하면

$-9+5a=1,\ \therefore\ a=2$

$bx-y=-1$ 에 $(-3,\ -5)$ 를 대입하면

$-3b+5=-1,\ \therefore\ b=2$

$\therefore\ ab=4$

16. 두 직선 $2x+3y-3=0,\ x-y+1=0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x-y=3$ 과 평행인 직선의 방정식의 x 절편은?

① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

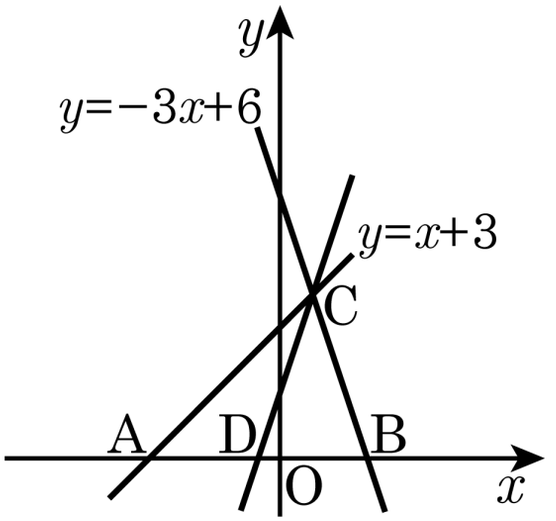
해설

두 직선 $2x+3y-3=0,\ x-y+1=0$ 의 교점은 $(0,\ 1)$ 이고, $2x-y=3 \rightarrow y=2x-3$ 과 평행이므로 기울기가 같다. 따라서 $y=2x+b$ 에 $x=0, y=1$을 대입한다. $1=2\times 0+b,\ b=1$

$\therefore\ y=2x+1$

이 방정식의 x절편은 $y=0$일 때의 x값이므로, x절편은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 두 직선 $y = x + 3$ 과 $y = -3x + 6$ 의 x 축과의 교점을 각각 A, B 라 하고 두 직선의 교점을 C 라고 하자. 점 C 를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선 CD 의 y 절편은?



① -2 ② -1 ③ $\frac{1}{2}$

④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

A$(-3,\ 0)$, B$(2,\ 0)$, C$\left(\frac{3}{4},\ \frac{15}{4}\right)$ 이고

$\triangle ACD = \triangle BCD$ 일 때 D 는 A, B 의 중점이므로

D$\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$

C, D 를 지나는 직선의 방정식은 $y = 3x + \frac{3}{2}$

$\therefore$ (y절편) $= \frac{3}{2}$

18. 두 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+1$ 과 $y=-\frac{3}{4}x+6$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

(i) $y=\frac{1}{2}x+1$ 과 $y=-\frac{3}{4}x+6$ 의 교점의 좌표를 구한다.

$\frac{1}{2}x+1=-\frac{3}{4}x+6$, $2x+4=-3x+24$, $5x=20 \therefore x=4$,

$y=\frac{1}{2}\times 4+1,\ y=2+1 \ \therefore y=3$

(ii) $y=\frac{1}{2}x+1$ 의 x 절편 : -2

(iii) $y=-\frac{3}{4}x+6$ 의 x 절편 : 8

$\therefore$(삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times(8+2)\times 3=15$

19. 일차함수 $y = -(2m-1)x + 2$의 그래프는 $y = 3x - 2$의 그래프와 평행하고, $y = -bx + 3$의 그래프와 x축 위에서 만난다. 이때, b의 값은? (단, a, b는 상수)

① $-\frac{9}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 3

해설

i) 평행하므로 기울기가 같다. $-(2m-1) = 3$, $m = -1$

ii) x축 위에서 만난다는 것은 x절편이 같은 것이므로,

$0 = -(2m-1)x + 2$

$\therefore x = \frac{2}{2m-1} = -\frac{2}{3}$

$0 = -bx + 3 \rightarrow x = \frac{3}{b}$

$\therefore -\frac{2}{3} = \frac{3}{b}$

$\therefore b = -\frac{9}{2}$

20. 다음 보기에서 일차방정식 $2x - 3y = 6$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 어떤 x 의 값에 대해서도 y 의 값을 구할 수 있다.

㉡ 주어진 일차방정식을 만족하는 순서상 $(x,\ y)$ 는 무수히 많다.

㉢ 주어진 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타내면 한 직선위의 점들이 된다.

㉣ 일차방정식 $2x - 3y = 6$ 을 직선의 방정식이라고 한다.

㉤ 직선 위에 있는 점의 좌표인 순서쌍 $(x,\ y)$ 중에는 주어진 일차방정식의 해가 아닌 것도 있다.

㉥ 그래프를 그리면 직선 그래프가 그려진다.

① ㉠, ㉡, ㉣

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

해설

㉤ 직선 위의 모든 점들의 순서쌍 $(x,\ y)$ 는 일차방정식의 해이다.

21. $y = 2x - 5$의 그래프와 평행한 일차함수 $y = ax + b$는 $y = x - 1$과 x가 1일 때의 y값이 같다. 다음 중 $y = ax + b$ 그래프 위에 있는 점은?

㉠ $(4,\ 6)$	㉡ $(1,\ 1)$
㉢ $(-1,\ -6)$	㉣ $(2,\ 2)$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$y = 2x - 5$의 그래프와 평행하므로 기울기는 2이다.
$y = x - 1$에서 $x = 1$일 때의 y값이 0이므로 $y = ax + b$에서
$a + b = 0,\ 2 + b = 0 \quad \therefore b = -2$
따라서 $y = 2x - 2$이다.

22. $|x|$는 x의 절댓값을 나타낸다고 할 때, 두 직선 $y = |2x - 1|$과 $y = p$가 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB} = \frac{5}{2}$일 때, p의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

i) $x < \frac{1}{2}$일 때, $y = -2x + 1$, $y = p$의 교점은 $-2x + 1 = p$, $-2x = p - 1$, $x = \frac{1-p}{2}$

ii) $x \geq \frac{1}{2}$일 때, $y = 2x - 1$, $y = p$의 교점은

$2x - 1 = p$, $2x = p + 1$, $x = \frac{p+1}{2}$

$y = |2x - 1|$과 $y = p$가 두 점에서 만나므로 $p > 0$ 이다.

$\overline{AB} = \frac{5}{2} = \frac{p+1}{2} - \frac{1-p}{2}$

$p + 1 - (1 - p) = 5$, $p + 1 - 1 + p = 5$, $2p = 5$,

$p = \frac{5}{2}$

23. $y = 2x + 5$, $y = 4x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표는 0 이고, $y = 4x + a$, $y = -bx + 3$ 의 그래프가 만나는 점의 y 좌표는 0 이라고 할 때, 직선 $y = ax + b$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 5x - \frac{12}{5}$

해설

$y = 2x + 5$, $y = 4x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 y 절편이 같다.

$\therefore\ a = 5$

$y = 4x + a$, $y = -bx + 3$ 의 그래프가 만나는 점의 y 좌표는 0 이므로 x 절편이 같다.

$\therefore\ b = -\frac{12}{5}$

따라서 $y = ax + b$ 는 $y = 5x - \frac{12}{5}$ 이다.

24. $ab > 0,\ a-b \neq 0$ 인 상수 $a,\ b$ 에 대하여 두 일차함수 $y = ax+b,\ y = bx+a$ 의 교점이 제 4 사분면에 있을 때, 직선 $aby + ax + b = 0$ 이 지나가지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 4 사분면

해설

$y = ax + b,\ y = bx + a$ 를 연립하여 풀면

$x = \dfrac{a-b}{a-b} = 1\ (\because\ a-b \neq 0)$

따라서 교점의 좌표는 $(1,\ a+b)$ 이고 이것은 제 4 사분면에 있으므로 $a+b<0$ 이다.

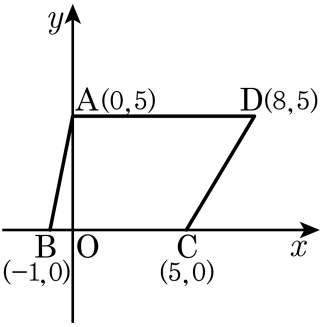
그런데 $ab > 0$ 이므로 $a<0,\ b<0$ 이다.

$aby + ax + b = 0,\ y = -\dfrac{1}{b}x - \dfrac{1}{a}$ 이다.

$-\dfrac{1}{b} > 0,\ -\dfrac{1}{a} > 0$ 이므로

$\therefore aby + ax + b = 0$ 는 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제 4 사분면은 지나지 않는다.

25. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 A(0, 5), B(−1, 0), C(5, 0), D(9, 5) 로 이루어진 사각형 ABCD 가 점 B 를 지나는 직선에 의해 나뉜 두 부분의 넓이의 비가 2 : 3 일 때, 이 직선의 방정식을 모두 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

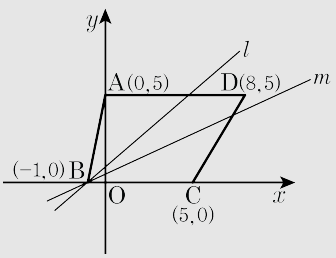
▷ 정답: $y=\frac{25}{33}x+\frac{25}{33}$

▷ 정답: $y=\frac{35}{66}x+\frac{35}{66}$

해설

(사각형 ABCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(8+6)\times 5=35$

이 사각형의 넓이를 2 : 3으로 나누는 직선은 다음 그림과 같이 두 개이다.



직선 l과 $\overline{AD}$의 교점을 L$(a,\ 5)$라 하면

$\frac{1}{2}\times a\times 5=35\times\frac{2}{5}\quad\therefore a=\frac{28}{5}$

$\therefore \mathrm{L}\left(\frac{28}{5},\ 5\right)$

두 점 C, D를 지나는 직선의 방정식은

$y=\frac{5}{3}x-\frac{25}{3}\quad\therefore x=\frac{3}{5}y+5$

직선 m과 $\overline{CD}$의 교점을 M$\left(\frac{3}{5}b+5,\ b\right)$라 하면

$\frac{1}{2}\times 6\times b=35\times\frac{2}{5}\quad\therefore\ b=\frac{14}{3}$

$\therefore \mathrm{M}\left(\frac{35}{66},\ \frac{14}{3}\right)$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\frac{25}{33}x+\frac{25}{33},\ y=\frac{35}{66}x+\frac{35}{66}$ 이다.