

1. $(a - b - c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

③ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

④ $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

해설

$$\begin{aligned}(a - b - c)^2 &= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-c) + 2(-c)a \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca\end{aligned}$$

2. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

3. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2 + 13x - 18 = a(x + 2)(x - 3) + bx(x + 2) + cx(x - 3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

준식에

$x = 0$ 을 대입하면 $-18 = -6a$ 에서 $a = 3$

$x = 3$ 을 대입하면 $30 = 15b$ 에서 $b = 2$

$x = -2$ 을 대입하면 $-40 = 10c$ 에서 $c = -4$

$\therefore a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$

4. $\sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4}$ 을 $a + bi$ (a, b 는 실수) 형태로 나타내면?

① $2\sqrt{2} + 3i$

② $-3\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

③ $-2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}i$

④ $2\sqrt{3}i$

⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4} \\ &= \sqrt{3}i \times \sqrt{6}i - \frac{2\sqrt{2}}{2i} \\ &= -3\sqrt{2} + \sqrt{2}i \end{aligned}$$

5. $(4 + 3i)^2 - (4 - 3i)^2$ 의 값은?

① 0

② 24

③ 48

④ $24i$

⑤ $48i$

해설

$$\begin{aligned} & (4 + 3i)^2 - (4 - 3i)^2 \\ &= 16 + 24i - 9 - (16 - 24i - 9) \\ &= 48i \end{aligned}$$

6. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3+11i}{8}$

② $\frac{9+11i}{8}$

③ $\frac{3+9i}{10}$

④ $\frac{3+11i}{10}$

⑤ $\frac{9+11i}{10}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2+3i}{3-i} &= \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{6-3+11i}{10} \\ &= \frac{3+11i}{10}\end{aligned}$$

7. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $1 < k < 3$

③ $k < 3$

④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 6k + 5 > 0, (k-1)(k-5) > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ 또는 } k > 5$$

8. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

9. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1$ 에서
 $x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

10. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -4x^2 + 1$

② $y = -2(x - 1)^2 + 10$

③ $y = x^2 + 3x + 1$

④ $y = -2x^2 + 3x + 1$

⑤ $y = -(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

11. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

① $y = 2(x - 1)^2 + 3$

② $y = -x^2 + x + 3$

③ $y = -(x - 3)^2 + 1$

④ $y = -3(x + 2)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의 y 좌표가 3 인 것을 찾는다.

12. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$y = -2x^2 + 4x + 1$$

$$= -2(x - 1)^2 + 3$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

13. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 1$ 의 최댓값과 최솟값을 차례로 구하면?

① 4, 없다

② 1, 없다

③ -1, 없다

④ 없다, 4

⑤ 없다, 1

해설

$y = -3x^2 - 6x + 1 = -3(x^2 + 2x) + 1 = -3(x + 1)^2 + 4$
따라서 최댓값은 4, 최솟값은 없다.

14. 두 다항식 $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$, $3x^3 - 3x^2 - 6x$ 의 최대공약수를 구하면?

① $(x-1)(x-2)$

② $(x+1)(x+2)$

③ $(x+1)(x-2)$

④ $(x-1)(x-2)$

⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$$3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$$

$$= (x+1)(x-2)(x+1)(3x-2)$$

$$3x^3 - 3x^2 - 6x = 3x(x-2)(x+1)$$

$$\therefore \text{최대공약수} : (x-2)(x+1)$$

15. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$$2x^2 - 3x + 1, \quad 3x^2 - x - 2, \quad x^2 + 3x - 4$$

① $x - 1$

② $2x - 1$

③ $x - 2$

④ $x + 3$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$$

$$3x^2 - x - 2 = (3x + 2)(x - 1)$$

$$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$$

따라서 최대 공약수는 $x - 1$ 이다.

16. 두 다항식 $x^3 + 1$, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

① x

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $x - 1$

⑤ $x - 2$

해설

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

따라서 최대공약수는 $x + 1$

17. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

18. 두 다항식 $x^2 + 3x + a$, $x^2 - 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 최소공배수를 구하여라.

① $x^3 + 3x^2 - 12x + 8$

② $x^3 - 3x^2 + 10x - 8$

③ $x^3 + x^2 - 10x + 8$

④ $x^3 - 9x + 8$

⑤ $x^3 + 2x^2 - 8x + 10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 a , b 를 구한다.

$$1 + 3 + a = 0 \quad 1 - 3 + b = 0 \text{에서 } a = -4 \quad b = 2$$

$$\therefore x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$$(x - 1)(x - 2)(x + 4) = x^3 + x^2 - 10x + 8$$

19. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$, $2x^3 + (a-2)x^2 + ax - 2a$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a 의 값을 정하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+1)(x+2)$$

$$2x^3 + (a-2)x^2 + ax - 2a = (x-1)(2x^2 + ax + 2a)$$

최대공약수가 이차식이 되기 위해서는

$$f(x) = 2x^2 + ax + 2a \text{가 } x+1$$

또는 $x+2$ 를 인수로 가져야 한다.

그런데 $f(-2) = 8 - 2a + 2a \neq 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x+2$ 를 인수로 가지지 않는다.

따라서, $f(-1) = 2 - a + 2a = 0 \therefore a = -2$

20. 두 다항식 $f(x) = x^3 - ax + b$, $g(x) = x^2 + ax - 2b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $f(x), g(x)$ 의 최소공배수를 구하면?

① $(x - 1)^2(x + 1)(x + 2)$

② $(x - 1)^2(x + 4)(x + 2)$

③ $(x - 1)(x + 1)^2(x + 2)$

④ $(x - 1)(x + 4)^2(x + 2)$

⑤ $(x - 1)(x + 4)(x + 2)^2$

해설

인수정리에 의해

$$f(1) = 1 - a + b = 0$$

$$g(1) = 1 + a - 2b = 0$$

연립하면, $a = 3, b = 2$

$$\therefore f(x) = x^3 - 3x + 2$$

조립제법을 이용하면,

$$f(x) = (x - 1)^2(x + 2)$$

$$g(x) = x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$\therefore \text{최소공배수: } (x - 1)^2(x + 4)(x + 2)$$

21. 두 다항식 $x^2 + ax + b$, $x^2 + 3bx + 2a$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로

$x^2 + ax + b$ 와 $x^2 + 3bx + 2a$ 는

모두 $x - 1$ 로 나누어 떨어져야 한다.

$\therefore 1 + a + b = 0$ 이고 $1 + 3b + 2a = 0$

따라서, $a = -2$, $b = 1$

$\therefore a + b = -1$

22. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로 각각의 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$

23. 세 개의 다항식 $x^3 + ax + b$, $x^3 + cx^2 + a$, $cx^2 + bx + 4$, 의 공약수 중 하나가 $x - 1$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② -2

③ 3

④ -3

⑤ 4

해설

$$f(x) = x^3 + ax + b \rightarrow f(1) = 1 + a + b = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$g(x) = x^3 + cx^2 + a \rightarrow g(1) = 1 + c + a = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$h(x) = cx^2 + bx + 4 \rightarrow h(1) = c + b + 4 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}} + \textcircled{\text{㉢}} \text{에서 } 2(a + b + c) + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

24. x 에 관한 3차식 $x^3 + px^2 - q^2$, $x^3 - (3q - p)x + 2(q - 1)$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, pq 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(x) = x^3 + px^2 - q^2,$$

$$g(x) = x^3 - (3q - p)x + 2(q - 1) \text{라 놓으면}$$

최대공약수가 $x - 1$ 이므로

$$f(1) = 1 + p - q^2 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$g(1) = 1 - (3q - p) + 2(q - 1) = 0 \text{에서}$$

$$p - q - 1 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } q^2 - q - 2 = 0, (q - 2)(q + 1) = 0$$

$$(i) \ q = 2 \text{일 때, } \textcircled{\text{㉡}} \ p = 3$$

$$f(x) = (x - 1)(x + 2)^2, \ g(x) = (x - 1)^2(x + 2)$$

$\therefore G.C.D$ 가 $x - 1$ 이라는 것에 모순

$$(ii) \ q = -1 \text{일 때, } \textcircled{\text{㉡}} \ p = 0$$

$$f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1),$$

$$g(x) = (x - 1)(x^2 + x + 4)$$

$\therefore G.C.D$ 는 $x - 1$

$$\therefore pq = 0$$

25. 일차식 $f(x)$ 와 이차식 $g(x)$ 의 최대공약수는 $x+1$ 이고, 두 식의 곱은 $f(x)g(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 일 때, ab 의 값은?

① 0

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

최대공약수가 $x+1$ 이고 두 식의 곱이 최고차항의 계수가 1
이므로

$$f(x) = x+1, g(x) = (x+1)(x+c)$$

$$f(x)g(x) = (x+1)(x+1)(x+c)$$

$$= x^3 + (c+2)x^2 + (2c+1)x + c$$

$$= x^3 - x^2 + ax + b$$

$$\text{계수를 비교하면 } c+2 = -1, 2c+1 = a, b = c$$

$$\therefore c = -3, a = -5, b = -3$$

$$\therefore ab = 15$$

해설

$f(x)g(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 는 $x+1$ 로 두 번 나누어 떨어진다.

조립제법으로 나누어 보면

$$-a + b - 2 = 0, a + 5 = 0$$

$$\therefore a = -5, b = -3 \text{ 이므로 } ab = 15$$

26. 두 다항식 $f(x) = x^2 + x + a$, $g(x) = 2x^2 + bx - 1$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 구하면?

① $(x - 1)(x - 2)(2x - 1)$

② $(x - 1)(x + 1)(2x - 1)$

③ $(x - 1)(x + 2)(2x + 1)$

④ $(x - 1)(x + 2)(x + 3)$

⑤ $(x - 1)(x + 2)(x - 2)$

해설

$$f(1) = 0, 1 + 1 + 0 = a \therefore a = -2$$

$$g(1) = 0, 2 + b - 1 = 0 \therefore b = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$$

$$g(x) = 2x^2 - x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$$

$$\therefore \text{최소공배수} : (x - 1)(x + 2)(2x + 1)$$

27. x 가 실수일 때, 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제공하면 음의 실수가 된다. 이 때, x 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(\text{준식}) = (x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$$

i 가 순허수이어야 제공하면 음이 된다.

$$\therefore x^2 + 4x + 3 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = -3 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$x \neq 1 \text{ 그리고 } x \neq -3 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}$ 에서 $x = -1$ 이다.

28. $a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i$ 가 순허수가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i \\ &= (a^2 + 2a - 8) + i(a^2 + a - 6) \\ &= (a+4)(a-2) + i(a+3)(a-2) \end{aligned}$$

만약에 $a = 2$ 가 되면 실수가 된다.
 $a \neq 2, \therefore a = -4$

29. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k 의 값을 정하면?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

30. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2, -\sqrt{2}, 2i, -2i,$
 $3i, -3i, 1-i, 1+i$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$ 4 개,

$2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로

(실수) $^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

31. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$$

$$= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로

$$x^2 - x - 2 = 0, \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

$$(i) \quad x^2 - x - 2 = 0 \text{ 에서 } (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$(ii) \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-2) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 또는 } x \neq 2$$

따라서 (i), (ii)에 의하여 $x = -1$

32. $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ -3

④ 1, 3

⑤ -1

해설

$$(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$$

$$= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i$$

$$= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.

$x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서, $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인 x 값을 찾아야 한다.

$$\therefore x = 1$$

33. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 2

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ ($m \geq 0$)

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

34. $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \dots + w^{100}$ 의 값은?

- ① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ ② $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서}$$

$$\begin{aligned}
 w^2 &= \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^2 = \frac{1 - 2\sqrt{3}i + 3i^2}{4} \\
 &= \frac{-2 - 2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}
 \end{aligned}$$

$$w^3 = w \cdot w^2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 - 3i^2}{4} = 1$$

$$1 + w + w^2 = 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = 0 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{100} \\
 &= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \dots \\
 &\quad + w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w) \\
 &= 0 + 0 + \dots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w) \\
 &= 1 + w = 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}
 \end{aligned}$$

35. $x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ i

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$$9x^2 - 6x + 1 = -2, \quad 9x^2 - 6x = -3$$

양변을 3으로 나누면

$$\therefore 3x^2 - 2x = -1$$

36. $x = \frac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2 + i$

② $2 - i$

③ $-2 + i$

④ $-4 + i$

⑤ $4 + i$

해설

$$x = \frac{3+i}{2} \text{ 에서 } 2x - 3 = i$$

$$(2x - 3)^2 = i^2 \text{ 에서 } 2x^2 - 6x + 5 = 0$$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= (2x^2 - 6x + 5)(x + 2) + 2x - 7$$

$$= 2x - 7$$

$$= 2 \left(\frac{3+i}{2} \right) - 7$$

$$= -4 + i$$

37. $z = \frac{\sqrt{2}}{1-i}$ 일 때, $z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$$

$$\begin{aligned} z^2 &= \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i} \right)^2 = \frac{2}{1-2i+i^2} = \frac{2}{-2i} = -\frac{1}{i} \\ &= -\frac{i}{i^2} = i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1 &= i^2 + i - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2} + 1 \\ &= -1 + i - (1+i) + 1 = -1 \end{aligned}$$

38. $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{1}{3\omega^2 + 4\omega + 2} = a + b\omega$ 를 만족하는 실수 a, b 의 값에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ $-\frac{4}{3}$

해설

$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서}$$

$$2\omega + 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱하면,

$$4\omega^2 + 4\omega + 4 = 0$$

$$\therefore \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$$3\omega^2 + 4\omega + 2 = 3(\omega^2 + \omega + 1) + \omega - 1 \\ = \omega - 1$$

$$\frac{1}{\omega - 1} = a + b\omega \text{ 에서}$$

$$(a + b\omega)(\omega - 1) = 1$$

$$(a - 2b)\omega - (a + b) = 1 \leftarrow \omega^2 = -\omega - 1$$

$$\therefore a - 2b = 0, a + b = -1 \text{ 에서}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore a + b = -1$$

39. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ 의 값은?

① $-15 + 5i$

② $-12 + 2i$

③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$

⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉 $x^2 + 4x = -5$ 이므로

$$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$$

$$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$$

$$= -5x - 3x + 2$$

$$= -8x + 2$$

$$= -8(-2 + i) + 2$$

$$= 18 - 8i$$