1. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k의 값의 범위는?

① $k < 1$ ② $1 < k < 3$

③ $k < 3$ ④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D라 하면 $D > 0$이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$k^2 - 6k + 5 > 0$, $(k-1)(k-5) > 0$

$\therefore k < 1$ 또는 $k > 5$

2. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

① $y = 2(x-1)^2 + 3$
② $y = -x^2 + x + 3$
③ $y = -(x-3)^2 + 1$
④ $y = -3(x+2)^2 + 3$
⑤ $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의 y 좌표가 3 인 것을 찾는다.

3. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y=-x^2+1$

② $y=-10x^2-\frac{1}{3}$

③ $y=-2(x-1)^2$

④ $y=-\left(x-\frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y=3x^2+4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

4. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y=-4x^2+1$ ② $y=-2(x-1)^2+10$

③ $y=x^2+3x+1$ ④ $y=-2x^2+3x+1$

⑤ $y=-(x+1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

5. 이차함수 $y = 12x - (1+3x)(1-3x)$ 가 $x = p$ 에서 최소이고 최솟값은 q 일 때, $p+q$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{17}{3}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설

$y = 12x - (1+3x)(1-3x) = 9x^2 + 12x - 1$

$= 9\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) - 5 = 9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - 5$

따라서, $x = -\frac{2}{3}$ 일 때 최소이고

최솟값은 -5 이므로

$p = -\frac{2}{3}$, $q = -5$

$\therefore p + q = -\frac{17}{3}$

6. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ 에서
$x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

7. 이차함수 $y = -2(x-1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

위로 볼록하고 꼭짓점이 $(1, 4)$

$\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

8. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 1$ 의 최댓값과 최솟값을 차례로 구하면?

① 4 , 없다 ② 1 , 없다 ③ -1 , 없다
④ 없다, 4 ⑤ 없다, 1

해설
$y = -3x^2 - 6x + 1 = -3(x^2 + 2x) + 1 = -3(x + 1)^2 + 4$
따라서 최댓값은 4 , 최솟값은 없다.

9. 이차함수 $y=-x^2+4x$ 의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값은?

① $x=2$ 일 때, 최댓값은 4
② $x=-2$ 일 때, 최댓값은 4
③ $x=4$ 일 때, 최댓값은 4
④ $x=2$ 일 때, 최솟값은 4
⑤ $x=4$ 일 때, 최솟값은 0

해설

$y=-x^2+4x$

$=-(x-2)^2+4$

따라서 $x=2$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

10. 다음 이차함수 중 최솟값이 -2 가 되는 것은?

① $y = x^2 + 2x$
② $y = 2x^2 - 2$
③ $y = -(x+3)^2 + 2$
④ $y = -(x-2)^2 + 3$
⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

① 최솟값 -1 ③ 최댓값 2
④ 최댓값 3 ⑤ 최솟값 0

11. 두 다항식 x^2+3x+a, x^2-3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 다항식의 최소공배수를 $f(x)$라 하자. $f(0)$의 값을 구하면?

① 8　② 10　③ 12　④ 14　⑤ 16

해설

$x-1$이 최대 공약수라면 두 식에
$x=1$을 대입하면 0이 된다.
$A: x^2+3x+a$ 에 $x=1$을 대입하면
$1+3+a=0\ \therefore a=-4$
$B: x^2-3x+b$ 에 $x=1$을 대입하면
$1-3+b=0\ \therefore b=2$
$A: x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$
$B: x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$
최소공배수 $f(x)=(x-1)(x+4)(x-2)$가 된다.
$f(0)=(-1)\cdot(4)\cdot(-2)=8$

12. 두 다항식 $f(x)=x^2+x+a$, $g(x)=2x^2+bx-1$ 의 최대공약수가 $x-1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 구하면?

① $(x-1)(x-2)(2x-1)$ ② $(x-1)(x+1)(2x-1)$

③ $(x-1)(x+2)(2x+1)$ ④ $(x-1)(x+2)(x+3)$

⑤ $(x-1)(x+2)(x-2)$

해설

$f(1)=0, 1+1+0=a \ \therefore \ a=-2$
$g(1)=0, 2+b-1=0 \ \therefore \ b=-1$
$\therefore \ f(x)=x^2+x-2=(x+2)(x-1)$
$g(x)=2x^2-x-1=(2x+1)(x-1)$
$\therefore$ 최소공배수 : $(x-1)(x+2)(2x+1)$

13. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2+3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x-1$이므로 각각의 식에 $x=1$을 대입하면 0이 된다.

$\therefore\ 1+a-2=0,\ 1+3+b=0$에서 $a=1,\ b=-4$

$\therefore\ a+b=-3$

14. 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$이고, 곱이 $2x^3+ax^2+bx+3$일 때, $a-b$의 값은?(단, a, b는 상수)

① -3 ② 3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x-1)p, (x-1)q$(p, q은 서로 소)라 할 수 있다.
두 다항식의 곱은 $(x-1)^2pq = 2x^3+ax^2+bx+3$
즉, $2x^3+ax^2+bx+3$는 $x-1$로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.
조립제법을 사용하면

$$\begin{array}{r|llll}
1 & 2 & a & b & 3 \\
 & & 2 & a+2 & a+b+2 \\ \hline
1 & 2 & a+2 & a+b+2 & \boxed{a+b+5=0} \\
 & & 2 & a+4 & \\ \hline
 & 2 & a+4 & \boxed{a+b+6=0} &
\end{array}$$

$a+b=-5, 2a+b=-6$을 연립하여 풀면
$a=-1, b=-4$
$\therefore\ a-b=3$

해설

$(x-1)^2(2x+k) = 2x^3+ax^2+bx+3$
$(x^2-2x+1)(2x+k) = 2x^3+ax^2+bx+3$
상수항을 비교하면 $k=3$
이차항의 계수를 비교하면 $3x^2-4x^2=ax^2$
$\therefore\ a=-1$
일차항의 계수를 비교하면
$-6x+2x=bx \therefore\ b=-4$
$\therefore\ a-b=3$

15. 두 다항식 $x^2 + ax + b$, $x^2 + 3bx + 2a$의 최대공약수가 $x - 1$일 때, $a + b$의 값을 구하면?

① 2　　② 1　　③ 0　　④ −1　　⑤ −2

해설

최대공약수가 $x - 1$이므로
$x^2 + ax + b$와 $x^2 + 3bx + 2a$는
모두 $x - 1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1 + a + b = 0$이고 $1 + 3b + 2a = 0$
따라서, $a = -2,\ b = 1$
$\therefore\ a + b = -1$

16. 두 다항식 $x^3+2x^2-x-2,\ 2x^3+(a-2)x^2+ax-2a$의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a의 값을 정하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+1)(x+2)$

$2x^3+(a-2)x^2+ax-2a=(x-1)(2x^2+ax+2a)$

최대공약수가 이차식이 되기 위해서는

$f(x)=2x^2+ax+2a$가 $x+1$

또는 $x+2$를 인수로 가져야 한다.

그런데 $f(-2)=8-2a+2a\neq 0$이므로

$f(x)$는 $x+2$를 인수로 가지지 않는다.

따라서, $f(-1)=2-a+2a=0 \therefore\ a=-2$

17. 일차식 $f(x)$와 이차식 $g(x)$의 최대공약수는 $x+1$이고, 두 식의 곱은 $f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$일 때, ab의 값은?

① 0　② 5　③ 10　④ 15　⑤ 20

해설

최대공약수가 $x+1$이고 두 식의 곱이 최고차항의 계수가 1이므로
$f(x)=x+1,\ g(x)=(x+1)(x+c)$
$f(x)g(x)=(x+1)(x+1)(x+c)$
$=x^3+(c+2)x^2+(2c+1)x+c$
$=x^3-x^2+ax+b$
계수를 비교하면 $c+2=-1,\ 2c+1=a,\ b=c$
$\therefore\ c=-3,\ a=-5,\ b=-3$
$\therefore\ ab=15$

해설

$f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$는 $x+1$로 두 번 나누어 떨어진다.
조립제법으로 나누어 보면
$-a+b-2=0, a+5=0$
$\therefore\ a=-5,\ b=-3$이므로 $ab=15$

18. x에 대한 두 다항식 $A = x^3 + ax^2 + bx$와 $B = x^2 + bx + a$의 최대공약수가 일차식이다. 그 최대공약수를 구하면? (단, a, b는 상수이고 $ab \neq 0$)

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x+1$ ④ $x+2$ ⑤ $x+3$

해설

$A(x) = x(x^2 + ax + b)$, $B(x) = x^2 + bx + a$
인수를 $(x-p)$로 놓으면
$A(p) = 0$에서 $p^3 + ap^2 + bp = 0 \cdots$ ㉠
$B(p) = 0$에서 $p^2 + bp + a = 0 \cdots$ ㉡
㉠ − ㉡ × p에서 $(a-b)p^2 + (b-a)p = 0$
$\therefore (a-b)p(p-1) = 0$
그런데 $a \neq 0$이므로 $p \neq 0$
$\therefore p = 1$
따라서 최대공약수는 $x-1$

19. 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x+2$ 이고 최소공배수가 x^3+2x^2+ax+6 일 때, 상수 a의 값은?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수 $G = x+2$
최소공배수는 G를 인수로 가지므로
$x = -2$를 최소공배수에 대입하면 0이 된다.
x^3+2x^2+ax+6
$= (-2)^3+2(-2)^2+a(-2)+6$
$= -8+8-2a+6$
$= -2a+6 = 0$
$\therefore\ a = 3$

20. $a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$가 순허수가 되도록 실수 a의 값을 구하면?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$
$=(a^2+2a-8)+i(a^2+a-6)$
$=(a+4)(a-2)+i(a+3)(a-2)$
만약에 $a=2$가 되면 실수가 된다.
$a \neq 2$, $\therefore$ $a=-4$

21. $(1+i)\,x^2+2\,(1+2i)\,x-3+3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0　② 1　③ -3　④ 1, 3　⑤ -1

해설

$(1+i)\,x^2+2\,(1+2i)\,x-3+3i$
$=x^2+x^2i+2x+4xi-3+3i$
$=(x^2+2x-3)+(x^2+4x+3)i$
순허수를 만족하려면 실수부$=0$, 허수부$\neq 0$이어야 한다.
$x^2+2x-3=0$이면서, $x^2+4x+3\neq 0$인 x값을 찾아야 한다.
$\therefore x=1$

22. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$
$=(x^2-x-2)+(x^2-3x+2)i$
순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분)$\neq$ 0이어야 하므로
$x^2-x-2=0$, $x^2-3x+2\neq 0$
(i) $x^2-x-2=0$ 에서 $(x+1)(x-2)=0$
$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$
(ii) $x^2-3x+2\neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2)\neq 0$
$\therefore\ x\neq 1$ 또는 $x\neq 2$
따라서 (i), (ii) 에 의하여 $x=-1$

23. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{30}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값을 구하면?

① 1　② -1　③ -2　④ 2　⑤ 0

해설

$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i$, $\frac{1-i}{1+i} = \frac{-2i}{2} = -i$

$f(i) = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{30} = (-i)^{30} = (i^4)^7 i^2$

$= -1 f(-i) = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{30} = i^{30}$

$= (i^4)^7 i^2 = -1$

$\therefore f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$

$= f(i) + f(-i) = -1 - 1 = -2$

24. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n$ 으로 정의할 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2014)$ 의 값은?

① -2014　　② -2　　③ 0

④ 2　　⑤ 2014

해설

$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$

$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$ 이므로

$f(n) = (-i)^n + (i)^n$

$f(1) = (-i)^1 + i^1 = 0$

$f(2) = (-i)^2 + i^2 = -2$

$f(3) = (-i)^3 + i^3 = 0$

$f(4) = (-i)^4 + i^4 = 2$

$2014 = 4 \times 503 + 2$ 이므로

$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2014)$

$= 503 \times (0-2+0+2) + 0 - 2 = -2$

25. $i^{2000}+i^{2002}+i^{2003}+i^{2004}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② $1-i$ ③ $1+i$ ④ -1 ⑤ 0

해설

$i^4=1$ 이므로

$i^{4k}=1,\ i^{4k+1}=i,\ i^{4k+2}=-1,\ i^{4k+3}=-i$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1+(-1)+(-i)+1\\ &= 1-i\end{aligned}$$

26. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{200}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{200}$ 을 간단히 하면?

① 1 　 ② 2 　 ③ 3 　 ④ -2 　 ⑤ -4

해설

$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2}=i \quad \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2}=-i$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{200}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{200} &= i^{100}+(-i)^{100}\\ &= (i^4)^{25}+\left((-i)^4\right)^{25}\\ &= 1+1=2\end{aligned}$$

27. n이 양의 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}$의 값을 구하면?

① -1　② 0　③ 1　④ -2　⑤ 100

해설

$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}=\left\{\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^n=\left(\frac{2i}{2}\right)^n=i^n$

$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}=\left\{\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^n=\left(-\frac{2i}{2}\right)^n=(-i)^n$

$\therefore$ (준식)$=i^n+(-i)^n=0$

28. z를 입력시키면 zi가 출력되는 컴퓨터 프로그램이 있다. 어떤 수를 이 프로그램에 입력시켜 나온 결과를 다시 프로그램에 입력시키는 과정을 100번 반복하니 2^{100}이 나왔다. 처음에 입력된 수는 무엇인가? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $1+i$ ② $1-i$ ③ $2i$ ④ 2 ⑤ 2^{100}

해설

$z \to zi \to zi^2 \to zi^3 \to \cdots \to zi^{100}$

$\therefore zi^{100} = 2^{100}$

$\therefore z = 2^{100}$

29. $A = \dfrac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \ \cdots \ + A^{2005}$ 의 값은?

① $-i$ ② 1 ③ 0 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$A = \dfrac{1-i}{1+i} = -i$

$1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + \cdots + A^{2005}$

$= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \cdots + (-i)$

$= 1 - i$

30. $f(x) = \left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^{1000}$ 일 때, $f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right) - f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)$의 값을 구하면?

① i ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ $2i$

해설

$\dfrac{1-i}{1+i} = -i,\ \dfrac{1+i}{1-i} = i$

$f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right) - f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)$

$= f(-i) - f(i)$

$= \left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{1000} - \left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{1000}$

$= (-i)^{1000} - (i)^{1000}$

$= 1 - 1$

$= 0$

31. $i+i^2+i^3+i^4+i^5$을 간단히 하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① i　② $-i$　③ $1+i$　④ 0　⑤ 1

해설

$i^2=-1,\ i^3=i^2\times i=-i,\ i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1,$
$i^5=i^4\times i=i$
$i+i^2+i^3+i^4+i^5$
$=i+(-1)+(-i)+1+i=i$

32. $x = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1

④ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

33. $z=\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$ 일 때, $z^4+z^2-\sqrt{2}z+1$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$z=\frac{\sqrt{2}}{1-i}=\frac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$$

$$z^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^2=\frac{2}{1-2i+i^2}=\frac{2}{-2i}=-\frac{1}{i}$$

$$=-\frac{i}{i^2}=i$$

$$\therefore\ z^4+z^2-\sqrt{2}z+1=i^2+i-\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}(1+i)}{2}+1$$

$$=-1+i-(1+i)+1=-1$$

34. $w = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \cdots + w^{100}$ 의 값은?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ ③ 0

④ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$

해설

$w = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$$w^2 = \left(\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^2 = \dfrac{1-2\sqrt{3}i+3i^2}{4}$$

$$= \dfrac{-2-2\sqrt{3}i}{4} = \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

$$w^3 = w \cdot w^2 = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2} \cdot \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1-3i^2}{4} = 1$$

$1 + w + w^2 = 1 + \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2} + \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2} = 0$ 이므로

$$\therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \cdots + w^{100}$$

$$= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \cdots$$

$$+ w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w)$$

$$= 0 + 0 + \cdots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w)$$

$$= 1 + w = 1 + \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2} = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$$

35. $\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{1}{3\omega^2+4\omega+2} = a+b\omega$ 를 만족하는 실수 $a,\ b$ 의 값에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1　　② -1　　③ 2　　④ -2　　⑤ $-\frac{4}{3}$

해설

$\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$2\omega+1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱하면,

$4\omega^2+4\omega+4=0$

$\therefore\ \omega^2+\omega+1=0$

$$\begin{aligned} 3\omega^2+4\omega+2 &= 3(\omega^2+\omega+1)+\omega-1 \\ &= \omega-1 \end{aligned}$$

$\frac{1}{\omega-1} = a+b\omega$ 에서

$(a+b\omega)(\omega-1)=1$

$(a-2b)\omega-(a+b)=1 \leftarrow \omega^2=-\omega-1$

$\therefore\ a-2b=0,\ a+b=-1$ 에서

$a=-\frac{2}{3},\ b=-\frac{1}{3}$

$\therefore\ a+b=-1$

36. $x = \dfrac{1-\sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ i

해설

$x = \dfrac{1-\sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면
$9x^2 - 6x + 1 = -2$, $9x^2 - 6x = -3$
양변을 3 으로 나누면
$\therefore\ 3x^2 - 2x = -1$

37. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ 의 값은?

① $-15 + 5i$　② $-12 + 2i$　③ $14 - 4i$
④ $16 - 6i$　⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면
$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉 $x^2 + 4x = -5$ 이므로

$$
\begin{aligned}
&x^3 + 4x^2 - 3x + 2 \\
&= x(x^2 + 4x) - 3x + 2 \\
&= -5x - 3x + 2 \\
&= -8x + 2 \\
&= -8(-2 + i) + 2 \\
&= 18 - 8i
\end{aligned}
$$

38. $z = \dfrac{-2}{1+\sqrt{3}i}$ 일 때, $z^4 - \bar{z}$ 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\sqrt{3}i$　　② $-\sqrt{3}i$　　③ $2\sqrt{3}i$

④ $-2\sqrt{3}i$　　⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} z &= \frac{-2}{1+\sqrt{3}i} \\ &= \frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)} \\ &= \frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{4} \\ &= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} \end{aligned}$$

$\therefore\ 2z+1 = \sqrt{3}i \cdots$ ①

①의 양변을 제곱하여 정리하면

$4z^2+4z+1 = -3 \Leftrightarrow z^2+z+1 = 0 \cdots$ ②

②의 양변에 $z-1$을 곱해주면

$(z-1)(z^2+z+1) = 0 \Leftrightarrow z^3 = 1$

$\therefore\ z^3 = 1$ 이므로 $z^4 = z$

$$\begin{aligned} \therefore z^4 - \bar{z} &= z - \bar{z} \\ &= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} - \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \\ &= \sqrt{3}i \end{aligned}$$