1. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k의 값의 범위는?

① $k < 1$ ② $1 < k < 3$

③ $k < 3$ ④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$의 판별식을 D라 하면 $D > 0$이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$k^2 - 6k + 5 > 0$, $(k-1)(k-5) > 0$

$\therefore k < 1$ 또는 $k > 5$

2. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

① $y = 2(x-1)^2 + 3$

② $y = -x^2 + x + 3$

③ $y = -(x-3)^2 + 1$

④ $y = -3(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의 y 좌표가 3 인 것을 찾는다.

3. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -x^2 + 1$

② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$

③ $y = -2(x-1)^2$

④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

4. 다음 중 최댓값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y=-4x^2+1$
② $y=-2(x-1)^2+10$
③ $y=x^2+3x+1$
④ $y=-2x^2+3x+1$
⑤ $y=-(x+1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

5. 이차함수 $y=12x-(1+3x)(1-3x)$ 가 $x=p$ 에서 최소이고 최솟값은 q 일 때, $p+q$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{17}{3}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설

$y=12x-(1+3x)(1-3x)=9x^2+12x-1$

$=9\left(x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}\right)-5=9\left(x+\frac{2}{3}\right)^2-5$

따라서, $x=-\frac{2}{3}$ 일 때 최소이고

최솟값은 -5 이므로

$p=-\frac{2}{3}$, $q=-5$

$\therefore p+q=-\frac{17}{3}$

6. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1　　② 0　　③ 1　　④ $\frac{1}{2}$　　⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ 에서

$x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

7. 이차함수 $y=-2(x-1)^2+4$ 의 최댓값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

위로 볼록하고 꼭짓점이 $(1,4)$

$\therefore\ x=1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

8. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 1$ 의 최댓값과 최솟값을 차례로 구하면?

① 4 , 없다　　② 1 , 없다　　③ -1 , 없다

④ 없다, 4　　⑤ 없다, 1

해설

$y = -3x^2 - 6x + 1 = -3(x^2 + 2x) + 1 = -3(x + 1)^2 + 4$

따라서 최댓값은 4 , 최솟값은 없다.

9. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값은?

① $x = 2$ 일 때, 최댓값은 4

② $x = -2$ 일 때, 최댓값은 4

③ $x = 4$ 일 때, 최댓값은 4

④ $x = 2$ 일 때, 최솟값은 4

⑤ $x = 4$ 일 때, 최솟값은 0

해설

$$y = -x^2 + 4x$$
$$= -(x-2)^2 + 4$$

따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

10. 다음 이차함수 중 최솟값이 -2 가 되는 것은?

① $y = x^2 + 2x$

② $y = 2x^2 - 2$

③ $y = -(x+3)^2 + 2$

④ $y = -(x-2)^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

① 최솟값 -1 ③ 최댓값 2
④ 최댓값 3 ⑤ 최솟값 0

11. 두 다항식 x^2+3x+a, x^2-3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 다항식의 최소공배수를 $f(x)$라 하자. $f(0)$의 값을 구하면?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$x-1$이 최대 공약수라면 두 식에
$x=1$을 대입하면 0이 된다.
$A : x^2+3x+a$ 에 $x=1$을 대입하면
$1+3+a=0 \quad \therefore a=-4$
$B : x^2-3x+b$ 에 $x=1$을 대입하면
$1-3+b=0 \quad \therefore b=2$
$A : x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$
$B : x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$
최소공배수 $f(x)=(x-1)(x+4)(x-2)$가 된다.
$f(0)=(-1)\cdot(4)\cdot(-2)=8$

12. 두 다항식 $f(x) = x^2 + x + a$, $g(x) = 2x^2 + bx - 1$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 구하면?

① $(x-1)(x-2)(2x-1)$　② $(x-1)(x+1)(2x-1)$

③ $(x-1)(x+2)(2x+1)$　④ $(x-1)(x+2)(x+3)$

⑤ $(x-1)(x+2)(x-2)$

해설

$f(1) = 0, 1 + 1 + 0 = a \quad \therefore \quad a = -2$

$g(1) = 0, 2 + b - 1 = 0 \quad \therefore \quad b = -1$

$\therefore \quad f(x) = x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)$

$g(x) = 2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$

$\therefore$ 최소공배수 : $(x-1)(x+2)(2x+1)$

13. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2+3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x-1$이므로 각각의 식에 $x=1$을 대입하면 0이 된다.

$\therefore \;\; 1+a-2=0,\; 1+3+b=0$에서 $a=1,\; b=-4$

$\therefore \;\; a+b=-3$

14. 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$이고, 곱이 $2x^3+ax^2+bx+3$일 때, $a-b$의 값은?(단, a, b는 상수)

① -3 ② 3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x-1)p, (x-1)q$ (p, q은 서로 소)라 할 수 있다.
두 다항식의 곱은 $(x-1)^2pq = 2x^3+ax^2+bx+3$
즉, $2x^3+ax^2+bx+3$는 $x-1$로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.
조립제법을 사용하면

$$
\begin{array}{r|cccl}
1 & 2 & a & b & 3 \\
 & & 2 & a+2 & a+b+2 \\
\hline
1 & 2 & a+2 & a+b+2 & \big| \, a+b+5=0 \\
 & & 2 & a+4 & \\
\hline
 & 2 & a+4 & \big| \, a+b+6=0 &
\end{array}
$$

$a+b=-5, 2a+b=-6$을 연립하여 풀면
$a=-1, b=-4$
$\therefore \ a-b=3$

해설

$(x-1)^2(2x+k) = 2x^3+ax^2+bx+3$
$(x^2-2x+1)(2x+k) = 2x^3+ax^2+bx+3$
상수항을 비교하면 $k=3$
이차항의 계수를 비교하면 $3x^2-4x^2=ax^2$
$\therefore \ a=-1$
일차항의 계수를 비교하면
$-6x+2x=bx \therefore \ b=-4$
$\therefore \ a-b=3$

15. 두 다항식 x^2+ax+b, $x^2+3bx+2a$ 의 최대공약수가 $x-1$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

최대공약수가 $x-1$ 이므로
x^2+ax+b 와 $x^2+3bx+2a$ 는
모두 $x-1$ 로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1+a+b=0$ 이고 $1+3b+2a=0$
따라서, $a=-2,\ b=1$
$\therefore\ a+b=-1$

16. 두 다항식 x^3+2x^2-x-2, $2x^3+(a-2)x^2+ax-2a$의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a의 값을 정하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+1)(x+2)$
$2x^3+(a-2)x^2+ax-2a=(x-1)(2x^2+ax+2a)$
최대공약수가 이차식이 되기 위해서는
$f(x)=2x^2+ax+2a$가 $x+1$
또는 $x+2$를 인수로 가져야 한다.
그런데 $f(-2)=8-2a+2a\neq 0$이므로
$f(x)$는 $x+2$를 인수로 가지지 않는다.
따라서, $f(-1)=2-a+2a=0$ $\therefore$ $a=-2$

17. 일차식 $f(x)$와 이차식 $g(x)$의 최대공약수는 $x+1$이고, 두 식의 곱은 $f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$일 때, ab의 값은?

① 0 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

최대공약수가 $x+1$이고 두 식의 곱이 최고차항의 계수가 1이므로

$f(x)=x+1,\ g(x)=(x+1)(x+c)$

$f(x)g(x)=(x+1)(x+1)(x+c)$

$=x^3+(c+2)x^2+(2c+1)x+c$

$=x^3-x^2+ax+b$

계수를 비교하면 $c+2=-1,\ 2c+1=a,\ b=c$

$\therefore\ c=-3,\ a=-5,\ b=-3$

$\therefore\ ab=15$

해설

$f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$는 $x+1$로 두 번 나누어 떨어진다.
조립제법으로 나누어 보면

$-a+b-2=0, a+5=0$

$\therefore\ a=-5,\ b=-3$이므로 $ab=15$

18. x에 대한 두 다항식 $A = x^3 + ax^2 + bx$와 $B = x^2 + bx + a$의 최대공약수가 일차식이다. 그 최대공약수를 구하면? (단, a, b는 상수이고 $ab \neq 0$)

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x+1$ ④ $x+2$ ⑤ $x+3$

해설

$A(x) = x(x^2 + ax + b),\ B(x) = x^2 + bx + a$

인수를 $(x-p)$로 놓으면

$A(p) = 0$에서 $p^3 + ap^2 + bp = 0 \cdots$ ㉠

$B(p) = 0$에서 $p^2 + bp + a = 0 \cdots$ ㉡

㉠ − ㉡ $\times p$에서 $(a-b)p^2 + (b-a)p = 0$

$\therefore\ (a-b)p(p-1) = 0$

그런데 $a \neq 0$이므로 $p \neq 0$

$\therefore\ p = 1$

따라서 최대공약수는 $x-1$

19. 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x+2$ 이고 최소공배수가 x^3+2x^2+ax+6 일 때, 상수 a의 값은?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수 $G = x+2$
최소공배수는 G를 인수로 가지므로
$x=-2$를 최소공배수에 대입하면 0이 된다.

x^3+2x^2+ax+6
$=(-2)^3+2(-2)^2+a(-2)+6$
$=-8+8-2a+6$
$=-2a+6=0$
$\therefore\ a=3$

20. $a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$가 순허수가 되도록 실수 a의 값을 구하면?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$

$=(a^2+2a-8)+i(a^2+a-6)$

$=(a+4)(a-2)+i(a+3)(a-2)$

만약에 $a=2$가 되면 실수가 된다.

$a \neq 2$, $\therefore \ a=-4$

21. $(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ -3 ④ 1, 3 ⑤ -1

해설

$(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$
$=x^2+x^2i+2x+4xi-3+3i$
$=(x^2+2x-3)+(x^2+4x+3)i$
순허수를 만족하려면 실수부$=0$, 허수부$\neq 0$이어야 한다.
$x^2+2x-3=0$이면서, $x^2+4x+3\neq 0$인 x값을 찾아야 한다.
$\therefore x=1$

22. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$
$=(x^2-x-2)+(x^2-3x+2)i$
순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분)$\neq 0$이어야 하므로
$x^2-x-2=0$, $x^2-3x+2\neq 0$
(i) $x^2-x-2=0$ 에서 $(x+1)(x-2)=0$
$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$
(ii) $x^2-3x+2\neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2)\neq 0$
$\therefore\ x\neq 1$ 또는 $x\neq 2$
따라서 (i), (ii) 에 의하여 $x=-1$

23. $f(x) = \left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^{30}$ 일 때, $f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값을 구하면?

① 1　② -1　③ -2　④ 2　⑤ 0

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i\ ,\ \frac{1-i}{1+i} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$f(i) = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{30} = (-i)^{30} = (i^4)^7 i^2$$

$$= -1 f(-i) = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{30} = i^{30}$$

$$= (i^4)^7 i^2 = -1$$

$$\therefore f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$$

$$= f(i) + f(-i) = -1 - 1 = -2$$

24. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n$ 으로 정의할 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2014)$ 의 값은?

① -2014　② -2　③ 0

④ 2　⑤ 2014

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$ 이므로

$f(n) = (-i)^n + (i)^n$

$f(1) = (-i)^1 + i^1 = 0$

$f(2) = (-i)^2 + i^2 = -2$

$f(3) = (-i)^3 + i^3 = 0$

$f(4) = (-i)^4 + i^4 = 2$

$2014 = 4 \times 503 + 2$ 이므로

$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2014)$

$= 503 \times (0-2+0+2) + 0 - 2 = -2$

25. $i^{2000}+i^{2002}+i^{2003}+i^{2004}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② $1-i$ ③ $1+i$ ④ -1 ⑤ 0

해설

$i^4=1$ 이므로

$i^{4k}=1,\ i^{4k+1}=i,\ i^{4k+2}=-1,\ i^{4k+3}=-i$

$$\begin{aligned}(\text{준식})&=1+(-1)+(-i)+1\\&=1-i\end{aligned}$$

26. $\left(\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{200}+\left(\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{200}$ 을 간단히 하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2=i \quad \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2=-i$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{200}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{200} &= i^{100}+(-i)^{100}\\ &=(i^4)^{25}+\left((-i)^4\right)^{25}\\ &=1+1=2\end{aligned}$$

27. n이 양의 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}$의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ -2 ⑤ 100

해설

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}=\left\{\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2}\right\}^{n}=\left(\frac{2i}{2}\right)^{n}=i^{n}$$

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}=\left\{\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2}\right\}^{n}=\left(-\frac{2i}{2}\right)^{n}=(-i)^{n}$$

$\therefore$ (준식)$=i^{n}+(-i)^{n}=0$

28. z를 입력시키면 zi가 출력되는 컴퓨터 프로그램이 있다. 어떤 수를 이 프로그램에 입력시켜 나온 결과를 다시 프로그램에 입력시키는 과정을 100번 반복하니 2^{100}이 나왔다. 처음에 입력된 수는 무엇인가? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $1+i$ ② $1-i$ ③ $2i$ ④ 2 ⑤ 2^{100}

해설

$z \to zi \to zi^2 \to zi^3 \to \cdots \to zi^{100}$

$\therefore zi^{100} = 2^{100}$

$\therefore z = 2^{100}$

29. $A=\dfrac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1+A+A^2+A^3+\ \cdots\ +A^{2005}$ 의 값은?

① $-i$　　② 1　　③ 0　　④ $1+i$　　⑤ $1-i$

해설

$$A=\frac{1-i}{1+i}=-i$$

$$1+A+A^2+A^3+\ A^4+\cdots+A^{2005}$$

$$=1+\{(-i)+(-1)+i+1\}+\cdots+(-i)$$

$$=1-i$$

30. $f(x)=\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^{1000}$ 일 때, $f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)-f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하면?

① i　　② 2　　③ 1　　④ 0　　⑤ $2i$

해설

$\dfrac{1-i}{1+i}=-i,\ \dfrac{1+i}{1-i}=i$

$$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)-f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$$
$$=f(-i)-f(i)$$
$$=\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{1000}-\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1000}$$
$$=(-i)^{1000}-(i)^{1000}$$
$$=1-1$$
$$=0$$

31. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① i　② $-i$　③ $1+i$　④ 0　⑤ 1

해설

$i^2 = -1,\ i^3 = i^2 \times i = -i,\ i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$

$i^5 = i^4 \times i = i$

$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$

$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$

32. $x = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1　　② 0　　③ 1

④ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$　　⑤ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1-\sqrt{3}i$

그러므로 $2x-1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

33. $z = \dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$ 일 때, $z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$$

$$z^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^2 = \frac{2}{1-2i+i^2} = \frac{2}{-2i} = -\frac{1}{i}$$

$$= -\frac{i}{i^2} = i$$

$$\therefore\ z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1 = i^2 + i - \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}(1+i)}{2} + 1$$

$$= -1 + i - (1+i) + 1 = -1$$

34. $w=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1+w+w^2+\cdots+w^{100}$ 의 값은?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ ③ 0

④ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$

해설

$w=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$$w^2=\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^2=\frac{1-2\sqrt{3}i+3i^2}{4}$$

$$=\frac{-2-2\sqrt{3}i}{4}=\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

$$w^3=w\cdot w^2=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\cdot\frac{-1-\sqrt{3}}{2}=\frac{1-3i^2}{4}=1$$

$1+w+w^2=1+\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}+\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}=0$ 이므로

$$\therefore 1+w+w^2+w^3+w^4+\cdots+w^{100}$$

$$=1+w+w^2+w^3(1+w+w^2)+\cdots$$

$$+w^{96}(1+w+w^2)+w^{99}(1+w)$$

$$=0+0+\cdots+0+w^{99}(1+w)=(w^3)^{33}\cdot(1+w)$$

$$=1+w=1+\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}=\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$$

35. $\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\dfrac{1}{3\omega^2+4\omega+2} = a+b\omega$ 를 만족하는 실수 a, b 의 값에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\dfrac{4}{3}$

해설

$\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$2\omega+1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱하면,

$4\omega^2+4\omega+4=0$

$\therefore\ \omega^2+\omega+1=0$

$$\begin{aligned} 3\omega^2+4\omega+2 &= 3(\omega^2+\omega+1)+\omega-1 \\ &= \omega-1 \end{aligned}$$

$\dfrac{1}{\omega-1} = a+b\omega$ 에서

$(a+b\omega)(\omega-1)=1$

$(a-2b)\omega-(a+b)=1 \leftarrow \omega^2=-\omega-1$

$\therefore\ a-2b=0,\ a+b=-1$ 에서

$a=-\dfrac{2}{3},\ b=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ a+b=-1$

36. $x = \dfrac{1-\sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ i

해설

$x = \dfrac{1-\sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$9x^2 - 6x + 1 = -2$, $9x^2 - 6x = -3$

양변을 3 으로 나누면

$\therefore\ 3x^2 - 2x = -1$

37. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$의 값은?

① $-15 + 5i$ ② $-12 + 2i$ ③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$ ⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉$x^2 + 4x = -5$ 이므로

$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$

$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$

$= -5x - 3x + 2$

$= -8x + 2$

$= -8(-2 + i) + 2$

$= 18 - 8i$

38. $z=\dfrac{-2}{1+\sqrt{3}i}$ 일 때, $z^4-\bar{z}$ 의 값을 구하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① $\sqrt{3}i$ ② $-\sqrt{3}i$ ③ $2\sqrt{3}i$

④ $-2\sqrt{3}i$ ⑤ 1

해설

$$
\begin{aligned}
z &= \frac{-2}{1+\sqrt{3}i} \\
&= \frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)} \\
&= \frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{4} \\
&= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}
\end{aligned}
$$

$\therefore\ 2z+1=\sqrt{3}i\cdots$①

①의 양변을 제곱하여 정리하면

$4z^2+4z+1=-3 \Leftrightarrow z^2+z+1=0\cdots$②

②의 양변에 $z-1$을 곱해주면

$(z-1)(z^2+z+1)=0 \Leftrightarrow z^3=1$

$\therefore\ z^3=1$ 이므로 $z^4=z$

$$
\begin{aligned}
\therefore z^4-\bar{z} &= z-\bar{z} \\
&= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}-\frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \\
&= \sqrt{3}i
\end{aligned}
$$