

1. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2-y^2)^2 \\ &= x^4-2x^2y^2+y^4\end{aligned}$$

2. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x - 5$

② $(x^2 + 2y^2) - 2(y^2 - 3x^2) = 7x^2$

③ $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

④ $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

⑤ $(x^3 + 1) \div (x + 1) = x^2 - x + 1$

해설

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x + 5$

3. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -4x^2 + 1$

② $y = -2(x - 1)^2 + 10$

③ $y = x^2 + 3x + 1$

④ $y = -2x^2 + 3x + 1$

⑤ $y = -(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

4. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

- ㉠ 최댓값 : 1, 최솟값 : 없다
- ㉡ 최댓값 : 1, 최솟값 : -5
- ㉢ 최댓값 : 4, 최솟값 : 없다
- ㉣ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1
- ㉤ 최댓값 : 1, 최솟값 : -3

해설

$y = -2x^2 + 4x - 1$
 $= -2(x - 1)^2 + 1$
 $x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.
또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

5. 이차함수 $y = -2(x - 1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

위로 블록하고 꼭짓점이 $(1, 4)$
 $\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

6. 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x + 2$ 이고 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 + ax + 6$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 0

② 1

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수 $G = x + 2$

최소공배수는 G 를 인수로 가지므로

$x = -2$ 를 최소공배수에 대입하면 0이 된다.

$$x^3 + 2x^2 + ax + 6$$

$$= (-2)^3 + 2(-2)^2 + a(-2) + 6$$

$$= -8 + 8 - 2a + 6$$

$$= -2a + 6 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

7. 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 곱이 $2x^3+ax^2+bx+3$ 일 때, $a-b$ 의 값은?(단, a, b 는 상수)

- ① -3
- ② 3
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x-1)p, (x-1)q(p, q$ 은 서로 소)라 할 수 있다.
두 다항식의 곱은 $(x-1)^2pq=2x^3+ax^2+bx+3$
즉, $2x^3+ax^2+bx+3$ 는 $x-1$ 로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.
조립제법을 사용하면
$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & a & b & 3 \\ & & 2 & a+2 & a+b+2 \\ \hline 1 & 2 & a+2 & a+b+2 & a+b+5=0 \\ & & 2 & a+4 & \\ \hline & 2 & a+4 & a+b+6=0 \end{array}$$

 $a+b=-5, 2a+b=-6$ 을 연립하여 풀면
 $a=-1, b=-4$
 $\therefore a-b=3$

해설

$(x-1)^2(2x+k)=2x^3+ax^2+bx+3$
 $(x^2-2x+1)(2x+k)=2x^3+ax^2+bx+3$
상수항을 비교하면 $k=3$
이차항의 계수를 비교하면 $3x^2-4x^2=ax^2$
 $\therefore a=-1$
일차항의 계수를 비교하면
 $-6x+2x=bx \therefore b=-4$
 $\therefore a-b=3$

8. 두 다항식 $f(x) = x^2 + x + a$, $g(x) = 2x^2 + bx - 1$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 구하면?

① $(x - 1)(x - 2)(2x - 1)$

② $(x - 1)(x + 1)(2x - 1)$

③ $(x - 1)(x + 2)(2x + 1)$

④ $(x - 1)(x + 2)(x + 3)$

⑤ $(x - 1)(x + 2)(x - 2)$

해설

$$f(1) = 0, 1 + 1 + 0 = a \therefore a = -2$$

$$g(1) = 0, 2 + b - 1 = 0 \therefore b = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$$

$$g(x) = 2x^2 - x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$$

$$\therefore \text{최소공배수} : (x - 1)(x + 2)(2x + 1)$$

9. n 이 양의 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ -2

⑤ 100

해설

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} = \left\{\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^n = \left(\frac{2i}{2}\right)^n = i^n$$

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} = \left\{\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^n = \left(-\frac{2i}{2}\right)^n = (-i)^n$$

$$\therefore (\text{준식}) = i^n + (-i)^n = 0$$

10. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{2010}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?

- ① -2 ② $-2i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ $2i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1-i}{1+i} &= \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \\ \frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로} \\ f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) &= f(-i) + f(i) \\ &= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2010} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2010} \\ &= i^{2010} + (-i)^{2010} \\ &= (i^4)^{502} \cdot i^2 + \{(-i)^4\}^{502} \cdot (-i)^2 \\ &= -1 + (-1) = -2\end{aligned}$$

11. $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100}$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{-2i}{2} = -i, i^4 = 1$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100} &= \left(\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right)^{50} \\ &= (-i)^{50} \\ &= ((i^4)^{12} \cdot i^2) \\ &= -1\end{aligned}$$

12. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

13. $x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ i

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$9x^2 - 6x + 1 = -2$, $9x^2 - 6x = -3$

양변을 3으로 나누면

$\therefore 3x^2 - 2x = -1$

14. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ 의 값은?

① $-15 + 5i$

② $-12 + 2i$

③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$

⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉 $x^2 + 4x = -5$ 이므로

$$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$$

$$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$$

$$= -5x - 3x + 2$$

$$= -8x + 2$$

$$= -8(-2 + i) + 2$$

$$= 18 - 8i$$

15. $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \dots + w^{100}$ 의 값은?

① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

② $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$

③ 0

④ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서}$$

$$w^2 = \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^2 = \frac{1 - 2\sqrt{3}i + 3i^2}{4}$$

$$= \frac{-2 - 2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$w^3 = w \cdot w^2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 - 3i^2}{4} = 1$$

$$1 + w + w^2 = 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{100}$$

$$= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \dots$$

$$+ w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w)$$

$$= 0 + 0 + \dots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w)$$

$$= 1 + w = 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$$