1. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$
② $x^2 - y^2$
③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$
④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$
⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2-y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

2. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x-2)+(7-2x)=2x-5$

② $(x^2+2y^2)-2(y^2-3x^2)=7x^2$

③ $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

④ $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

⑤ $(x^3+1)\div(x+1)=x^2-x+1$

해설

① $(4x-2)+(7-2x)=2x+5$

3. 다음 중 최댓값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y = -4x^2 + 1$

② $y = -2(x-1)^2 + 10$

③ $y = x^2 + 3x + 1$

④ $y = -2x^2 + 3x + 1$

⑤ $y = -(x+1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

4. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

① 최댓값 : 1 , 최솟값 : 없다

② 최댓값 : 1 , 최솟값 : -5

③ 최댓값 : 4 , 최솟값 : 없다

④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1

⑤ 최댓값 : 1 , 최솟값 : -3

해설

$y = -2x^2 + 4x - 1$

$= -2(x-1)^2 + 1$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.

또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

5. 이차함수 $y = -2(x-1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

위로 볼록하고 꼭짓점이 $(1, 4)$

$\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

6. 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x+2$ 이고 최소공배수가 x^3+2x^2+ax+6 일 때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수 $G = x+2$

최소공배수는 G 를 인수로 가지므로

$x = -2$ 를 최소공배수에 대입하면 0 이 된다.

x^3+2x^2+ax+6

$= (-2)^3+2(-2)^2+a(-2)+6$

$= -8+8-2a+6$

$= -2a+6 = 0$

$\therefore\ a = 3$

7. 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$이고, 곱이 $2x^3+ax^2+bx+3$일 때, $a-b$의 값은?(단, a, b는 상수)

① -3 ② 3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x-1)p, (x-1)q(p, q$은 서로 소$)$라 할 수 있다.
두 다항식의 곱은 $(x-1)^2pq = 2x^3+ax^2+bx+3$
즉, $2x^3+ax^2+bx+3$는 $x-1$로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.
조립제법을 사용하면

1	2	a	b	3
		2	$a+2$	$a+b+2$
1	2	$a+2$	$a+b+2$	$a+b+5=0$
		2	$a+4$	
	2	$a+4$	$a+b+6=0$	

$a+b=-5, 2a+b=-6$을 연립하여 풀면
$a=-1, b=-4$
$\therefore\ a-b=3$

해설

$(x-1)^2(2x+k) = 2x^3+ax^2+bx+3$
$(x^2-2x+1)(2x+k) = 2x^3+ax^2+bx+3$
상수항을 비교하면 $k=3$
이차항의 계수를 비교하면 $3x^2-4x^2=ax^2$
$\therefore\ a=-1$
일차항의 계수를 비교하면
$-6x+2x=bx\ \therefore\ b=-4$
$\therefore\ a-b=3$

8. 두 다항식 $f(x) = x^2 + x + a$, $g(x) = 2x^2 + bx - 1$의 최대공약수가 $x - 1$일 때, 두 다항식의 최소공배수를 구하면?

① $(x-1)(x-2)(2x-1)$ ② $(x-1)(x+1)(2x-1)$

③ $(x-1)(x+2)(2x+1)$ ④ $(x-1)(x+2)(x+3)$

⑤ $(x-1)(x+2)(x-2)$

해설

$f(1) = 0, 1 + 1 + 0 = a \ \therefore \ a = -2$

$g(1) = 0, 2 + b - 1 = 0 \ \therefore \ b = -1$

$\therefore \ f(x) = x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)$

$g(x) = 2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$

$\therefore$ 최소공배수 : $(x-1)(x+2)(2x+1)$

9. n이 양의 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}$의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ -2 ⑤ 100

해설

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}=\left\{\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2}\right\}^{n}=\left(\frac{2i}{2}\right)^{n}=i^{n}$$

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}=\left\{\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2}\right\}^{n}=\left(-\frac{2i}{2}\right)^{n}=(-i)^{n}$$

$\therefore$ (준식)$=i^{n}+(-i)^{n}=0$

10. $f(x)=\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^{2010}$ 일 때, $f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)+f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?

① -2 ② $-2i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ $2i$

해설

$$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$$

$$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)+f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$$

$$=f(-i)+f(i)$$

$$=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2010}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2010}$$

$$=i^{2010}+(-i)^{2010}$$

$$=(i^4)^{502}\cdot i^2+\left\{(-i)^4\right\}^{502}\cdot(-i)^2$$

$$=-1+(-1)=-2$$

11. $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100}$ 을 간단히 하면? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.)

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{-2i}{2} = -i \ , \ i^4 = 1$$

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100} = \left(\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right)^{50}$$

$$= (-i)^{50}$$

$$= ((i)^4)^{12} \cdot i^2$$

$$= -1$$

12. $x = \dfrac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1

④ $\dfrac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \dfrac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

13. $x = \dfrac{1 - \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ i

해설

$x = \dfrac{1 - \sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$9x^2 - 6x + 1 = -2$, $9x^2 - 6x = -3$

양변을 3으로 나누면

$\therefore\ 3x^2 - 2x = -1$

14. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$의 값은?

① $-15 + 5i$ ② $-12 + 2i$ ③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$ ⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉$x^2 + 4x = -5$ 이므로

$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$

$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$

$= -5x - 3x + 2$

$= -8x + 2$

$= -8(-2 + i) + 2$

$= 18 - 8i$

15. $w = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \cdots + w^{100}$ 의 값은?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ ③ 0

④ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$

해설

$w = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$$w^2 = \left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^2 = \frac{1-2\sqrt{3}i+3i^2}{4}$$

$$= \frac{-2-2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

$$w^3 = w \cdot w^2 = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1-\sqrt{3}}{2} = \frac{1-3i^2}{4} = 1$$

$1 + w + w^2 = 1 + \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2} + \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2} = 0$ 이므로

$$\therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \cdots + w^{100}$$

$$= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \cdots$$

$$+ w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w)$$

$$= 0 + 0 + \cdots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w)$$

$$= 1 + w = 1 + \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$$