1. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① a^2-b^2

② a^3-b^3

③ a^3+b^3

④ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

⑤ $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

2. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① x^4-y^4 ② x^2-y^2

③ $x^4-2x^2y^2+y^4$ ④ $x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $x^4-4x^2y^2+y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2-y^2)^2 \\ &= x^4-2x^2y^2+y^4\end{aligned}$$

3. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2+13x-18=a(x+2)(x-3)+bx(x+2)+cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a,b,c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

준식에

$x=0$을 대입하면 $-18=-6a$에서 $a=3$

$x=3$을 대입하면 $30=15b$에서 $b=2$

$x=-2$을 대입하면 $-40=10c$에서 $c=-4$

$\therefore\ a+b+c=3+2+(-4)=1$

4. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$의 최댓값과 최솟값은?

① 최댓값 : 1 , 최솟값 : 없다

② 최댓값 : 1 , 최솟값 : -5

③ 최댓값 : 4 , 최솟값 : 없다

④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1

⑤ 최댓값 : 1 , 최솟값 : -3

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x - 1 \\ &= -2(x-1)^2 + 1 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.

또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

5. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ 에서

$x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

6. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값은?

① $x = 2$ 일 때, 최댓값은 4

② $x = -2$ 일 때, 최댓값은 4

③ $x = 4$ 일 때, 최댓값은 4

④ $x = 2$ 일 때, 최솟값은 4

⑤ $x = 4$ 일 때, 최솟값은 0

해설

$$y = -x^2 + 4x$$
$$= -(x-2)^2 + 4$$

따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

7. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -3x^2$ ② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x-1)^2$ ④ $y = (x+1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

8. 다음 이차함수의 최댓값이 3 인 것은?

① $y = -x^2 + 3$

② $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}$

③ $y = -(x-1)^2$

④ $y = -\frac{4}{3}(x+5)^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

① $x = 0$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

② $x = 0$ 일 때, 최댓값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

③ $x = 1$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

④ $x = -5$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

⑤ $x = 0$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

9. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x+1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

④ $y = -3(x-2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

10. $(2x^3 - 3x + 1) \div (x^2 + 2)$ 의 계산에서 나머지는?

① $-5x+1$ ② $-x+1$ ③ $5x+1$

④ $x+1$ ⑤ $-7x+1$

해설

$2x^3 - 3x + 1$을 $x^2 + 2$로 직접 나누어서 구한다.

몫 : $2x$, 나머지 : $-7x+1$

11. 다항식 x^3-2를 x^2-2로 나눈 나머지는?

① 2 ② -2 ③ $-2x-2$

④ $2x+2$ ⑤ $2x-2$

해설

$$\frac{x^3-2}{x^2-2}=\frac{x^3-2x+2x-2}{x^2-2}=x+\frac{2x-2}{x^2-2}$$

$\therefore$ 몫은 x, 나머지는 $2x-2$

12. 다음 식을 계산했을 때, 몫은?

$$(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$$

① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - x - 2$ ③ $4x^2 - 2x + 1$

④ $-4x^2 - x - 2$ ⑤ $-4x^2 + x - 2$

해설

$\therefore$ 몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

13. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$$2x^2-3x+1,\quad 3x^2-x-2,\quad x^2+3x-4$$

① $x-1$　② $2x-1$　③ $x-2$　④ $x+3$　⑤ $x+1$

해설

$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$
$3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$
$x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$
따라서 최대 공약수는 $x-1$이다.

14. 두 다항식 $2x^2+2x-4$와 $4x^3-4$에 관한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① 두 다항식은 $(x-1)$로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$은 두 다항식의 공약수이다.

② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.

③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$은 두 다항식의 공배수이다.

④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$이다.

⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$이다.

해설

$2x^2+2x-4=2(x-1)(x+2)$
$4x^3-4=4(x-1)(x^2+x+1)$
최대공약수 : $2(x-1)$
최소공배수 : $4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

15. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3 ② ab^2c^4 ③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$ ⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.
$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서
공통인수는 a, b, c 이고
차수가 낮은 것은 각각 a, b^2, c^4 이다.
이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

16. 이차방정식 $x^2 + 8x + 2k = 0$이 허근을 가지도록 하는 정수 k의 값의 최솟값은?

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

이차방정식에서 허근을 가질 조건은

$\frac{D'}{4} < 0$이어야 하므로,

$16 - 2k < 0,\ 2k > 16,\ \therefore\ k > 8$

$\therefore$ 정수 k의 최소값은 9

17. 이차방정식 $x^2-x(kx-5)+3=0$이 허근을 가질 때, 정수 k의 최댓값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^2-kx^2+5x+3=0$이 허근은 가지려면

$D=25-4\times 3(1-k)<0$

$25-12+12k<0 \quad \therefore 12k<-13$

$\therefore k<-\dfrac{13}{12}$이므로

정수 k의 최댓값은 -2

18. 이차방정식 $x^2 - x(kx-7)+3=0$이 허근을 갖기 위한 최대 정수 k 값은?

① -8 ② -4 ③ -2 ④ 5 ⑤ 2

해설

$x^2 - x(kx-7)+3=0$

$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$

$(1-k)x^2 + 7x + 3 = 0$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

x^2 의 계수는 $1-k \neq 0$ 이어야 한다.

따라서 $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식 $D<0$이어야 하므로

$D = 7^2 - 4\cdot(1-k)\cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$

$37 + 12k < 0$

$\therefore k < -\dfrac{37}{12}$

따라서 최대정수는 -4이다.

19. 두 다항식 x^2+ax+b, $x^2+3bx+2a$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로

x^2+ax+b와 $x^2+3bx+2a$는

모두 $x-1$로 나누어 떨어져야 한다.

$\therefore\ 1+a+b=0$이고 $1+3b+2a=0$

따라서, $a=-2,\ b=1$

$\therefore\ a+b=-1$

20. 세 개의 다항식 $x^3+ax+b,\ x^3+cx^2+a,\ cx^2+bx+4$, 의 공약수 중 하나가 $x-1$일 때, $a+b+c$의 값은?

① 2　　② -2　　③ 3　　④ -3　　⑤ 4

해설

$f(x)=x^3+ax+b \to f(1)=1+a+b=0\cdots$ ㉠

$g(x)=x^3+cx^2+a \to g(1)=1+c+a=0\cdots$ ㉡

$h(x)=cx^2+bx+4 \to h(1)=c+b+4=0\cdots$ ㉢

㉠ + ㉡ + ㉢에서 $2(a+b+c)+6=0$

$\therefore\ a+b+c=-3$

21. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2+3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x-1$이므로 각각의 식에 $x=1$을 대입하면 0이 된다.

$\therefore\ 1+a-2=0,\ 1+3+b=0$에서 $a=1,\ b=-4$

$\therefore\ a+b=-3$

22. 두 상수 a와 b에 대하여 다음 두 다항식의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

$x^2+ax-6, \quad x^2-ax+b$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

왼쪽의 식 $f(2)=4+2a-6=0 \therefore \ a=1$
오른쪽의 식 $g(2)=4-2a+b=0$에서
$a=2$이므로 $b=-2$
$\therefore \ a+b=1+(-2)=-1$

23. 두 다항식 x^2+3x+a, x^2-3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 최소공배수를 구하여라.

① $x^3+3x^2-12x+8$ ② $x^3-3x^2+10x-8$

③ $x^3+x^2-10x+8$ ④ x^3-9x+8

⑤ $x^3+2x^2-8x+10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 a, b를 구한다.

$1+3+a=0$ $1-3+b=0$에서 $a=-4$ $b=2$

$\therefore$ $x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$(x-1)(x-2)(x+4)=x^3+x^2-10x+8$

24. 일차식 $f(x)$와 이차식 $g(x)$의 최대공약수는 $x+1$이고, 두 식의 곱은 $f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$일 때, ab의 값은?

① 0　　② 5　　③ 10　　④ 15　　⑤ 20

해설

최대공약수가 $x+1$이고 두 식의 곱이 최고차항의 계수가 1이므로

$f(x)=x+1,\ g(x)=(x+1)(x+c)$

$f(x)g(x)=(x+1)(x+1)(x+c)$

$=x^3+(c+2)x^2+(2c+1)x+c$

$=x^3-x^2+ax+b$

계수를 비교하면 $c+2=-1,\ 2c+1=a,\ b=c$

$\therefore\ c=-3,\ a=-5,\ b=-3$

$\therefore\ ab=15$

해설

$f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$는 $x+1$로 두 번 나누어 떨어진다.
조립제법으로 나누어 보면

$-a+b-2=0, a+5=0$

$\therefore\ a=-5,\ b=-3$이므로 $ab=15$

25. 복소수 $a^2(1+i)+a(3+2i)+2$를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 a의 값을 구하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(\text{준식}) = (a^2+3a+2)+(a^2+2a)i \Rightarrow$ 순허수

즉, $a^2+3a+2=0$

$a^2+2a \neq 0$이므로 $\therefore\ a=-1$

26. x가 실수일 때, 복소수$(1+i)x^2+2(2+i)x+3-3i$를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, x의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

(준식)$=(x^2+4x+3)+(x^2+2x-3)i$

i가 순허수이어야 제곱하면 음이 된다.

$\therefore\ x^2+4x+3=0$이고 $x^2+2x-3\neq 0$

$x=-1$ 또는 $x=-3\cdots$㉠

$x\neq 1$ 그리고 $x\neq -3\cdots$㉡

㉠, ㉡에서 $x=-1$이다.

27. $i^2 = -1$이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2,\quad -\sqrt{2},\quad 2i,\quad -2i,$
$3i,\quad -3i,\quad 1-i,\quad 1+i$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore\ 2i,\ -2i,\ 3i,\ -3i$ 4개,

$2, -\sqrt{2}$는 실수이므로

$(\text{실수})^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$가 된다.

28. 실수 k에 대하여 복소수 $z = 3(k+2i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k의 값을 정하면?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$z = 3(k+2i) - k(-2i)$$
$$= 3k + (6+2k)i \Rightarrow \text{순허수}$$
$$\therefore\ 3k = 0,\ k = 0$$

29. 복소수 $z=(2+i)a^2+(1+4i)a+2(2i-3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

① -2　② 1　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

해설

$z=(2a^2+a-6)+(a^2+4a+4)i$

순허수이므로 $2a^2+a-6=0$

$\Rightarrow\quad (a+2)(2a-3)=0$

$\Leftrightarrow\ a=-2$ 또는 $a=\frac{3}{2}$

그런데 $a=2$ 이면,

$a^2+4a+4=0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$\therefore\quad a=\frac{3}{2}$

30. $(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ -3 ④ 1, 3 ⑤ -1

해설

$(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$

$=x^2+x^2i+2x+4xi-3+3i$

$=(x^2+2x-3)+(x^2+4x+3)i$

순허수를 만족하려면 실수부$=0$, 허수부$\neq 0$이어야 한다.

$x^2+2x-3=0$이면서, $x^2+4x+3\neq 0$인 x값을 찾아야 한다.

$\therefore x=1$

31. $a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$가 순허수가 되도록 실수 a의 값을 구하면?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$
$=(a^2+2a-8)+i(a^2+a-6)$
$=(a+4)(a-2)+i(a+3)(a-2)$
만약에 $a=2$가 되면 실수가 된다.
$a \neq 2$, $\therefore\ a=-4$

32. 복소수 $(1+2i)x-(2+i)y+i$를 제곱하였더니 -9가 되었다. 이 때, $x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이고 x, y는 실수이다.)

① 2 또는 -4 ② 2 또는 -3 ③ -1 또는 3
④ -1 또는 -3 ⑤ -1 또는 -2

해설

$z=(x-2y)+(2x-y+1)i$

$z^2=-9$

즉, z는 순허수이다.

$\therefore x-2y=0,\ (2x-y+1)^2=9$

$x=2y$ 와 $2x-y+1=\pm 3$을 연립하여 풀면

$y=\dfrac{2}{3} \rightarrow x=\dfrac{4}{3}$

$y=-\dfrac{4}{3} \rightarrow x=-\dfrac{8}{3}$

$\therefore x+y=2$ 또는 -4 이다.

33. 복소수 $(1+i)x^2-(2+i)x-3-2i$를 제곱하면 음의 실수가 된다고 할 때, 실수 x의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(준식)$= x^2-2x-3+(x^2-x-2)i$

이것을 제곱해서 음의 실수가 되려면 순허수이어야 하므로

$x^2-2x-3=0\cdots$㉠, $x^2-x-2\neq 0\cdots$㉡

㉠에서 $x=3,\ x=-1$

이 중에서 ㉡를 만족하는 것은 $\therefore\ x=3$

34. $w=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1+w+w^2+\cdots+w^{100}$ 의 값은?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ ③ 0
④ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$

해설

$w=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$$w^2=\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^2=\frac{1-2\sqrt{3}i+3i^2}{4}$$

$$=\frac{-2-2\sqrt{3}i}{4}=\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

$$w^3=w\cdot w^2=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\cdot\frac{-1-\sqrt{3}}{2}=\frac{1-3i^2}{4}=1$$

$1+w+w^2=1+\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}+\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}=0$ 이므로

$\therefore 1+w+w^2+w^3+w^4+\cdots+w^{100}$

$=1+w+w^2+w^3(1+w+w^2)+\cdots$

$\quad+w^{96}(1+w+w^2)+w^{99}(1+w)$

$=0+0+\cdots+0+w^{99}(1+w)=(w^3)^{33}\cdot(1+w)$

$=1+w=1+\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$

35. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$의 값은?

① $-15 + 5i$　② $-12 + 2i$　③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$　⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉$x^2 + 4x = -5$ 이므로

$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$

$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$

$= -5x - 3x + 2$

$= -8x + 2$

$= -8(-2 + i) + 2$

$= 18 - 8i$

36. $x = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1

④ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

37. $z=\dfrac{-2}{1+\sqrt{3}i}$ 일 때, $z^4-\bar{z}$ 의 값을 구하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① $\sqrt{3}i$ ② $-\sqrt{3}i$ ③ $2\sqrt{3}i$

④ $-2\sqrt{3}i$ ⑤ 1

해설

$$
\begin{aligned}
z &= \frac{-2}{1+\sqrt{3}i} \\
&= \frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)} \\
&= \frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{4} \\
&= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}
\end{aligned}
$$

$\therefore\ 2z+1=\sqrt{3}i\cdots$①

①의 양변을 제곱하여 정리하면

$4z^2+4z+1=-3 \Leftrightarrow z^2+z+1=0\cdots$②

②의 양변에 $z-1$을 곱해주면

$(z-1)(z^2+z+1)=0 \Leftrightarrow z^3=1$

$\therefore\ z^3=1$ 이므로 $z^4=z$

$\therefore z^4-\bar{z}=z-\bar{z}$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}-\frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \\
&= \sqrt{3}i
\end{aligned}
$$

38. $x = \dfrac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2+i$ ② $2-i$ ③ $-2+i$

④ $-4+i$ ⑤ $4+i$

해설

$x = \dfrac{3+i}{2}$ 에서 $2x - 3 = i$

$(2x-3)^2 = i^2$ 에서 $2x^2 - 6x + 5 = 0$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$

$= (2x^2 - 6x + 5)(x+2) + 2x - 7$

$= 2x - 7$

$= 2\left(\dfrac{3+i}{2}\right) - 7$

$= -4 + i$

39. $x = 2 + \sqrt{3}i$ 일 때, $x^3 \cdot \overline{x} - x \cdot \overline{x^3}$ 의 값은? (단, $\overline{x}$ 는 x 의 켤레복소수이다.)

① $13i$　　② $28\sqrt{3}i$　　③ $28i$

④ $56\sqrt{3}i$　　⑤ $72i$

해설

$x = 2 + \sqrt{3}i$ 에서 $\overline{x} = 2 - \sqrt{3}i$ 이므로

$$x^3 \cdot \overline{x} - x \cdot \overline{x^3} = x\overline{x}(x^2 - \overline{x^2}) = x\overline{x}(x + \overline{x})(x - \overline{x})$$
$$= 7 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3}i = 56\sqrt{3}i$$

40. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 <u>아닌</u> 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 2　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^{n} = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2\ (m \geq 0\ )$

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

41. $z = \dfrac{2}{1-\sqrt{3}i}$ 일 때 $z^5 + 3z$ 를 간단히 하면?

① $1+\sqrt{3}i$　　② $2+\sqrt{3}i$　　③ $3+\sqrt{3}i$

④ $2+2\sqrt{3}i$　　⑤ $3+3\sqrt{3}i$

해설

$z = \dfrac{2}{1-\sqrt{3}i}$ 에서 $z^2 - z + 1 = 0 \quad \therefore \ z^3 = -1$

$z^5 + 3z = -z^2 + 3z = -(z-1) + 3z = 1 + 2z$

$z = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ 이므로 $1 + 2z = 2 + \sqrt{3}i$

42. $\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\dfrac{1}{3\omega^2+4\omega+2} = a+b\omega$ 를 만족하는 실수 a, b 의 값에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\dfrac{4}{3}$

해설

$\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$2\omega+1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱하면,

$4\omega^2+4\omega+4=0$

$\therefore\ \omega^2+\omega+1=0$

$$\begin{aligned} 3\omega^2+4\omega+2 &= 3(\omega^2+\omega+1)+\omega-1 \\ &= \omega-1 \end{aligned}$$

$\dfrac{1}{\omega-1} = a+b\omega$ 에서

$(a+b\omega)(\omega-1)=1$

$(a-2b)\omega-(a+b)=1 \leftarrow \omega^2=-\omega-1$

$\therefore\ a-2b=0,\ a+b=-1$ 에서

$a=-\dfrac{2}{3},\ b=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ a+b=-1$