1. $(x-2y-3z)^2$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

2. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$　　② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$　　④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2-y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

3. 등식 $3x+4=a(x-1)+b(x+1)+3$이 x에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b의 값을 정하면?

① $a=1,\ b=0$ ② $a=-1,\ b=2$ ③ $a=1,\ b=-2$
④ $a=0,\ b=2$ ⑤ $a=1,\ b=2$

해설
우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면
$a+b=3,\ -a+b+3=4$
연립하여 풀면 $a=1,\ b=2$

4. 등식 $a(x+1)^2+b(x+1)+cx^2=3x-1$가 모든 x의 값에 대하여 항상 성립할 때 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $\frac{a}{c}+b$의 값을 구하면?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -2 ⑤ -1

해설

좌변을 전개해서 계수비교하면

$(a+c)x^2+(2a+b)x+a+b=3x-1$

$\therefore a+c=0,\ 2a+b=3,\ a+b=-1$

$\therefore a=4,\ b=-5,\ c=-4$

$\therefore \frac{a}{c}+b=-6$

5. 모든 실수 x에 대하여 등식 $3x^2+2x+7=a(x+1)^2+b(x+1)+c$가 성립할 때, 상수 c의 값은?

① -6 ② -7 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

항등식이므로 우변을 전개하여 동류항끼리 비교한다.

$3x^2+2x+7=ax^2+(2a+b)x+a+b+c$

$a=3,\ 2a+b=2,\ a+b+c=7$

$\therefore$ 연립하면 $a=3,\ b=-4,\ c=8$

해설

조립제법 사용

$$
\begin{array}{r|rrr}
-1 & 3 & 2 & 7 \\
 & & -3 & 1 \\
\hline
-1 & 3 & -1 & 8 \Rightarrow c \\
 & & -3 & \\
\hline
 & 3 & -4 \Rightarrow b & \\
 & \Downarrow & & \\
 & a & &
\end{array}
$$

6. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2 + 13x - 18 = a(x+2)(x-3) + bx(x+2) + cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

준식에

$x = 0$ 을 대입하면 $-18 = -6a$ 에서 $a = 3$

$x = 3$ 을 대입하면 $30 = 15b$ 에서 $b = 2$

$x = -2$ 을 대입하면 $-40 = 10c$ 에서 $c = -4$

$\therefore\ a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$

7. $\dfrac{3+4i}{1+3i}$ 를 $a+bi$ 의 꼴로 나타 낼 때, $a-b$ 의 값은? (단, a , b 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

분모의 실수화를 해준다.

$\dfrac{3+4i}{1+3i}=\dfrac{(3+4i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}i$

$\therefore a-b=2$

8. $\dfrac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\dfrac{3}{8}+\dfrac{13}{8}i$ ② $\dfrac{3}{10}+\dfrac{11}{10}i$ ③ $\dfrac{3}{10}-\dfrac{11}{10}i$
④ $\dfrac{3}{8}-\dfrac{13}{8}i$ ⑤ $\dfrac{4}{9}+\dfrac{11}{9}i$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i}=\frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)}=\frac{3}{10}+\frac{11}{10}i$$

9. 다음 계산 중 틀린 것은?

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm 4i$

해설

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$

$= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$

$= -i + 1 + i - 1$

$= 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm\sqrt{-16} = \pm 4i$

10. $(1+3i)(1-3i)-(2-i)(3+i)$ 를 계산하면?

① $17-i$ ② $3+i$ ③ $3-i$ ④ $7+i$ ⑤ $7-i$

해설

$(1+3i)(1-3i)-(2-i)(3+i)$
$= (1+9)-(6-i+1)$
$= 3+i$

11. $(2+\sqrt{3}i)^2+(2-\sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}i$ ② $4\sqrt{3}i$ ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$(2+\sqrt{3}i)^2+(2-\sqrt{3}i)^2$
$=(4+4\sqrt{3}i+3i^2)+(4-4\sqrt{3}i+3i^2)$
$=1+4\sqrt{3}i+1-4\sqrt{3}i=2$

12. 복소수 $\dfrac{2+3i}{1-i}$ 를 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$\dfrac{2+3i}{1-i} = \dfrac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \dfrac{-1+5i}{2}$

$\therefore\ a+b = \left(-\dfrac{1}{2}\right) + \dfrac{5}{2} = 2$

13. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3+11i}{8}$ ② $\frac{9+11i}{8}$ ③ $\frac{3+9i}{10}$
④ $\frac{3+11i}{10}$ ⑤ $\frac{9+11i}{10}$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i} = \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{6-3+11i}{10} = \frac{3+11i}{10}$$

14. $(4+3i)^2-(4-3i)^2$ 의 값은?

① 0 ② 24 ③ 48 ④ $24i$ ⑤ $48i$

해설

$(4+3i)^2-(4-3i)^2$
$=16+24i-9-(16-24i-9)$
$=48i$

15. 다음 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 3x^2 + 4$
② $y = 2(x+4)^2 - 5$
③ $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$
④ $y = -x^2 + 3$
⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

이차항의 계수가 양수일 때 최솟값을 갖는다.

16. 이차함수 $y=-2(x-1)^2+4$ 의 최댓값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

위로 볼록하고 꼭짓점이 $(1,4)$
$\therefore x=1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

17. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$y = -2x^2 + 4x + 1$
$\quad = -2(x-1)^2 + 3$
$x = 1$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

18. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y=-4x^2+1$　② $y=-2(x-1)^2+10$

③ $y=x^2+3x+1$　④ $y=-2x^2+3x+1$

⑤ $y=-(x+1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

19. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

① $y = 2(x-1)^2 + 3$
② $y = -x^2 + x + 3$
③ $y = -(x-3)^2 + 1$
④ $y = -3(x+2)^2 + 3$
⑤ $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의 y 좌표가 3 인 것을 찾는다.

20. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x+1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

④ $y = -3(x-2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

21. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

① 최댓값 : 1 , 최솟값 : 없다
② 최댓값 : 1 , 최솟값 : −5
③ 최댓값 : 4 , 최솟값 : 없다
④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1
⑤ 최댓값 : 1 , 최솟값 : −3

해설

$y = -2x^2 + 4x - 1$
$= -2(x-1)^2 + 1$
$x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.
또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

22. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y=-x^2+1$ ② $y=-10x^2-\frac{1}{3}$

③ $y=-2(x-1)^2$ ④ $y=-\left(x-\frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y=3x^2+4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

23. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x-2)^2+3$에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $x=-2$일 때, 최댓값 3을 갖는다.
② $x=-2$일 때, 최솟값 3을 갖는다.
③ $x=2$일 때, 최댓값 3을 갖는다.
④ $x=2$일 때, 최솟값 3을 갖는다.
⑤ $x=-\frac{1}{3}$일 때, 최댓값 3을 갖는다.

해설

$x=2$일 때, 최댓값 3을 갖는다.

24. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$을 $x - 1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

① 몫 : $x - 1$, 나머지 : 1

② 몫 : $x - 1$, 나머지 : 4

③ 몫 : $x^2 - x - 4$, 나머지 : 1

④ 몫 : $x^2 - x + 4$, 나머지 : 1

⑤ 몫 : $x^2 - x + 4$, 나머지 : $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -2 & 5 & -3 \\ & & 1 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & \boxed{1} \end{array}$$

$\therefore\ x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

25. $x^3-6x^2+11x-6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$
② $(x-1)(x+2)(x+3)$
③ $(x-1)(x-2)(x-3)$
④ $(x+1)(x+2)(x-3)$
⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면
$f(1)=0,\ f(2)=0,\ f(3)=0$이므로
(준식)$=(x-1)(x-2)(x-3)$

26. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$

$\therefore a+b+c = 4$

27. 두 다항식 x^3+1, x^3+2x^2-5x-6의 최대공약수를 구하면?

① x ② $x+1$ ③ $x+2$ ④ $x-1$ ⑤ $x-2$

해설

$x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$
$x^3+2x^2-5x-6=(x-2)(x+1)(x+3)$
따라서 최대공약수는 $x+1$

28. 두 다항식 x^3-3x^2+2x, $x^4-4x^3+4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(3)+g(3)$ 의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$x^3-3x^2+2x = x(x-2)(x-1)$

$x^4-4x^3+4x^2 = x^2(x-2)^2$

$\therefore f(x) = x(x-2), g(x) = x^2(x-1)(x-2)^2$

$\therefore f(3)+g(3) = 3+18 = 21$

29. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2-3x+1$, $3x^2-x-2$, x^2+3x-4

① $x-1$ ② $2x-1$ ③ $x-2$
④ $x+3$ ⑤ $x+1$

해설

$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$
$3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$
$x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$
따라서 최대 공약수는 $x-1$이다.

30. 두 다항식 $x^2-4x+3a+b$와 x^2+bx-6의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 8

해설

$f(x)=x^2-4x+3a+b$,
$g(x)=x^2+bx-6$이라 하면
$f(x)$와 $g(x)$는 모두 $x-2$로 나누어떨어지므로
$f(2)=g(2)=0$에서
$f(2)=4-8+3a+b=0,\ g(2)=4+2b-6=0$
$\therefore\ a=1,\ b=1\ \therefore\ a+b=2$

31. 일차식 $f(x)$와 이차식 $g(x)$의 최대공약수는 $x+1$이고, 두 식의 곱은 $f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$일 때, ab의 값은?

① 0　　② 5　　③ 10　　④ 15　　⑤ 20

해설

최대공약수가 $x+1$이고 두 식의 곱이 최고차항의 계수가 1이므로

$f(x)=x+1,\ g(x)=(x+1)(x+c)$

$f(x)g(x)=(x+1)(x+1)(x+c)$

$=x^3+(c+2)x^2+(2c+1)x+c$

$=x^3-x^2+ax+b$

계수를 비교하면 $c+2=-1,\ 2c+1=a,\ b=c$

$\therefore\ c=-3,\ a=-5,\ b=-3$

$\therefore\ ab=15$

해설

$f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$는 $x+1$로 두 번 나누어 떨어진다.

조립제법으로 나누어 보면

$-a+b-2=0, a+5=0$

$\therefore\ a=-5,\ b=-3$이므로 $ab=15$

32. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2+3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x-1$이므로 각각의 식에 $x=1$을 대입하면 0이 된다.

$\therefore\ 1+a-2=0,\ 1+3+b=0$에서 $a=1,\ b=-4$

$\therefore\ a+b=-3$

33. x에 관한 3차식 $x^3+px^2-q^2$, $x^3-(3q-p)x+2(q-1)$의 최대공약수가 $x-1$일 때, pq의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x) = x^3 + px^2 - q^2$,
$q(x) = x^3 - (3q-p)x + 2(q-1)$라 놓으면
최대공약수가 $x-1$이므로
$f(1) = 1 + p - q^2 = 0 \cdots$ ㉠
$g(1) = 1 - (3q-p) + 2(q-1) = 0$에서
$p - q - 1 = 0 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $q^2 - q - 2 = 0$, $(q-2)(q+1) = 0$
(ⅰ) $q = 2$일 때, ㉡ $p = 3$
$f(x) = (x-1)(x+2)^2$, $g(x) = (x-1)^2(x+2)$
$\therefore$ $G.C.D$가 $x-1$이라는 것에 모순
(ⅱ) $q = -1$일 때, ㉡ $p = 0$
$f(x) = (x-1)(x^2+x+1)$,
$g(x) = (x-1)(x^2+x+4)$
$\therefore$ $G.C.D$는 $x-1$
$\therefore$ $pq = 0$

34. 두 상수 a와 b에 대하여 다음 두 다항식의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

$$x^2+ax-6,\quad x^2-ax+b$$

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

왼쪽의 식 $f(2)=4+2a-6=0$ ∴ $a=1$
오른쪽의 식 $g(2)=4-2a+b=0$에서
$a=2$이므로 $b=-2$
∴ $a+b=1+(-2)=-1$

35. 두 다항식 x^3+2x^2-x-2, $2x^3+(a-2)x^2+ax-2a$의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a의 값을 정하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+1)(x+2)$
$2x^3+(a-2)x^2+ax-2a=(x-1)(2x^2+ax+2a)$
최대공약수가 이차식이 되기 위해서는
$f(x)=2x^2+ax+2a$가 $x+1$
또는 $x+2$를 인수로 가져야 한다.
그런데 $f(-2)=8-2a+2a\neq 0$이므로
$f(x)$는 $x+2$를 인수로 가지지 않는다.
따라서, $f(-1)=2-a+2a=0 \therefore\ a=-2$

36. 두 다항식 x^2+3x+a, x^2-3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 다항식의 최소공배수를 $f(x)$라 하자. $f(0)$의 값을 구하면?

① 8　　② 10　　③ 12　　④ 14　　⑤ 16

해설

$x-1$이 최대 공약수라면 두 식에
$x=1$을 대입하면 0이 된다.
$A: x^2+3x+a$ 에 $x=1$을 대입하면
$1+3+a=0 \quad \therefore a=-4$
$B: x^2-3x+b$ 에 $x=1$을 대입하면
$1-3+b=0 \quad \therefore b=2$
$A: x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$
$B: x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$
최소공배수 $f(x)=(x-1)(x+4)(x-2)$가 된다.
$f(0)=(-1)\cdot(4)\cdot(-2)=8$

37. 두 다항식 x^2+3x+a, x^2-3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 최소공배수를 구하여라.

① $x^3+3x^2-12x+8$　　② $x^3-3x^2+10x-8$

③ $x^3+x^2-10x+8$　　④ x^3-9x+8

⑤ $x^3+2x^2-8x+10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 a, b를 구한다.

$1+3+a=0$　$1-3+b=0$에서 $a=-4$　$b=2$

$\therefore$　$x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$(x-1)(x-2)(x+4)=x^3+x^2-10x+8$

38. 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$이고, 곱이 $2x^3+ax^2+bx+3$일 때, $a-b$의 값은?(단, a, b는 상수)

① -3　② 3　③ -1　④ 1　⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x-1)p, (x-1)q$(p, q은 서로 소)라 할 수 있다.
두 다항식의 곱은 $(x-1)^2pq = 2x^3+ax^2+bx+3$
즉, $2x^3+ax^2+bx+3$는 $x-1$로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.
조립제법을 사용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 2 & a & b & 3 \\ & & 2 & a+2 & a+b+2 \\ \hline 1 & 2 & a+2 & a+b+2 & a+b+5=0 \\ & & 2 & a+4 & \\ \hline & 2 & a+4 & a+b+6=0 & \end{array}$$

$a+b=-5, 2a+b=-6$을 연립하여 풀면
$a=-1, b=-4$
$\therefore\ a-b=3$

해설

$(x-1)^2(2x+k) = 2x^3+ax^2+bx+3$
$(x^2-2x+1)(2x+k) = 2x^3+ax^2+bx+3$
상수항을 비교하면 $k=3$
이차항의 계수를 비교하면 $3x^2-4x^2=ax^2$
$\therefore\ a=-1$
일차항의 계수를 비교하면
$-6x+2x=bx \therefore\ b=-4$
$\therefore\ a-b=3$

39. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^7+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ 을 간단히 하면?

① 0 ② $1-i$ ③ $1+i$ ④ $-2i$ ⑤ $2i$

해설

$\frac{1+i}{1-i}=\frac{2i}{2}=i,\ \frac{1-i}{1+i}=\frac{1}{i}=-i$

$\therefore$ (준식) $=(i)^7+(-i)^8=-i+1$

40. $A = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \ \cdots \ + A^{2005}$ 의 값은?

① $-i$ ② 1 ③ 0 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$A = \frac{1-i}{1+i} = -i$

$1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + \cdots + A^{2005}$

$= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \cdots + (-i)$

$= 1 - i$

41. $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1+i$　　② $-1-i$　　③ 0

④ $1+i$　　⑤ $1-i$

해설

$$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$$

$$\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\left(\frac{1}{i^5}+\frac{1}{i^6}+\frac{1}{i^7}+\frac{1}{i^8}\right)+\cdots$$

$$+\left(\frac{1}{i^{45}}+\frac{1}{i^{46}}+\frac{1}{i^{47}}+\frac{1}{i^{48}}\right)+\frac{1}{i^{49}}+\frac{1}{i^{50}}$$

$$=\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\cdots$$

$$+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\frac{1}{i}-1$$

$$=\frac{1}{i}-1=-i-1$$

42. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① i　　② $-i$　　③ $1+i$　　④ 0　　⑤ 1

해설

$i^2 = -1,\ i^3 = i^2 \times i = -i,\ i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$
$i^5 = i^4 \times i = i$
$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$
$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$

43. 허수단위 i에 대하여 $i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$을 간단히하면?

① $1+i$　　② $-1+i$　　③ $2i$

④ $2+i$　　⑤ 2

해설

$i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$
$=i+(-1)+(-i)+1+i+(-1)$
$=-1+i$

44. $\sqrt{(-1)^2}+i^2-\frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-i$ ⑤ i

해설

(준식)$=1-1+i=i$

45. $1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{2005}=x+yi$일 때, $x+y$의 값은? (단, x, y는 실수 $i=\sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{2005}$
$=1+i-1-i+\cdots+i$
$=1+i$
$x=1,\ y=1,\ x+y=2$

46. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{158}$ 의 값을 구하면?

① $-1-i$ ② $1+i$ ③ $-1+i$

④ $1-i$ ⑤ 0

해설

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=-\frac{2i}{2}=-i$

$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$

$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{158}$

$=(-i)^{203}+i^{158}$

$=i+(-1)=-1+i$

47. $f(x) = \dfrac{x}{1-i}$, $g(x) = \dfrac{x}{1+i}$ 인 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $\{f(1+i)\}^{2006} + \{g(1-i)\}^{2007}$ 의 값은?

① -2　　② $-1+i$　　③ -1

④ $-1-i$　　⑤ 2

해설

$$f(1+i) = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$g(1-i) = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= (i)^{2006} + (-i)^{2007} \\ &= i^2 + (-i)^3 \ (\because i^{2004} = (-i)^{2004} = 1) \\ &= -1 + i\end{aligned}$$

48. $z = \dfrac{-2}{1+\sqrt{3}i}$ 일 때, $z^4 - \bar{z}$ 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\sqrt{3}i$ ② $-\sqrt{3}i$ ③ $2\sqrt{3}i$

④ $-2\sqrt{3}i$ ⑤ 1

해설

$$
\begin{aligned}
z &= \frac{-2}{1+\sqrt{3}i} \\
&= \frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)} \\
&= \frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{4} \\
&= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}
\end{aligned}
$$

$\therefore\ 2z+1 = \sqrt{3}i \cdots$ ①

①의 양변을 제곱하여 정리하면

$4z^2+4z+1 = -3 \Leftrightarrow z^2+z+1 = 0 \cdots$ ②

②의 양변에 $z-1$을 곱해주면

$(z-1)(z^2+z+1) = 0 \Leftrightarrow z^3 = 1$

$\therefore\ z^3 = 1$ 이므로 $z^4 = z$

$$
\begin{aligned}
\therefore z^4 - \bar{z} &= z - \bar{z} \\
&= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} - \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \\
&= \sqrt{3}i
\end{aligned}
$$

49. $\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\dfrac{1}{3\omega^2+4\omega+2} = a+b\omega$ 를 만족하는 실수 $a,\ b$ 의 값에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1　　② -1　　③ 2　　④ -2　　⑤ $-\dfrac{4}{3}$

해설

$\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$2\omega+1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱하면,

$4\omega^2+4\omega+4=0$

$\therefore\ \omega^2+\omega+1=0$

$$\begin{aligned}3\omega^2+4\omega+2 &= 3(\omega^2+\omega+1)+\omega-1\\ &= \omega-1\end{aligned}$$

$\dfrac{1}{\omega-1} = a+b\omega$ 에서

$(a+b\omega)(\omega-1)=1$

$(a-2b)\omega-(a+b)=1 \leftarrow \omega^2=-\omega-1$

$\therefore\ a-2b=0,\ a+b=-1$ 에서

$a=-\dfrac{2}{3},\ b=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ a+b=-1$

50. $x=-2+i$ 일때, x^3+4x^2-3x+2의 값은?

① $-15+5i$ ② $-12+2i$ ③ $14-4i$
④ $16-6i$ ⑤ $18-8i$

해설

$x=-2+i$ 에서 $x+2=i$ 의 양변을 제곱하면
$x^2+4x+5=0$ 즉 $x^2+4x=-5$ 이므로
x^3+4x^2-3x+2
$=x(x^2+4x)-3x+2$
$=-5x-3x+2$
$=-8x+2$
$=-8(-2+i)+2$
$=18-8i$

51. $w = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \cdots + w^{100}$ 의 값은?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$　　② $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$　　③ 0

④ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$　　⑤ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$

해설

$w = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$$w^2 = \left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^2 = \frac{1-2\sqrt{3}i+3i^2}{4}$$

$$= \frac{-2-2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

$$w^3 = w \cdot w^2 = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1-\sqrt{3}}{2} = \frac{1-3i^2}{4} = 1$$

$1 + w + w^2 = 1 + \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2} + \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2} = 0$ 이므로

$$\therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \cdots + w^{100}$$

$$= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \cdots$$

$$+ w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w)$$

$$= 0 + 0 + \cdots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w)$$

$$= 1 + w = 1 + \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$$

52. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 2 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 14

해설

$$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\dfrac{2}{-2i}\right)^{n} = i^{n}$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ ($m \geq 0$)

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

53. $z=\dfrac{2}{1-\sqrt{3}i}$ 일 때 z^5+3z 를 간단히 하면?

① $1+\sqrt{3}i$　　② $2+\sqrt{3}i$　　③ $3+\sqrt{3}i$
④ $2+2\sqrt{3}i$　　⑤ $3+3\sqrt{3}i$

해설

$z=\dfrac{2}{1-\sqrt{3}i}$ 에서 $z^2-z+1=0$ $\therefore z^3=-1$

$z^5+3z=-z^2+3z=-(z-1)+3z=1+2z$

$z=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ 이므로 $1+2z=2+\sqrt{3}i$