

1. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

2. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

3. 등식 $3x + 4 = a(x - 1) + b(x + 1) + 3$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = 0$

② $a = -1, b = 2$

③ $a = 1, b = -2$

④ $a = 0, b = 2$

⑤ $a = 1, b = 2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$$a + b = 3, -a + b + 3 = 4$$

연립하여 풀면 $a = 1, b = 2$

4. 등식 $a(x+1)^2 + b(x+1) + cx^2 = 3x - 1$ 가 모든 x 의 값에 대하여 항상 성립할 때 상수 a, b, c 에 대하여 $\frac{a}{c} + b$ 의 값을 구하면?

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -2 ⑤ -1

해설

좌변을 전개해서 계수비교하면

$$(a+c)x^2 + (2a+b)x + a+b = 3x-1$$

$$\therefore a+c=0, 2a+b=3, a+b=-1$$

$$\therefore a=4, b=-5, c=-4$$

$$\therefore \frac{a}{c} + b = -6$$

5. 모든 실수 x 에 대하여 등식 $3x^2 + 2x + 7 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 성립할 때, 상수 c 의 값은?

① -6

② -7

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

항등식이므로 우변을 전개하여 동류항끼리 비교한다.

$$3x^2 + 2x + 7 = ax^2 + (2a + b)x + a + b + c$$

$$a = 3, 2a + b = 2, a + b + c = 7$$

$$\therefore \text{연립하면 } a = 3, b = -4, c = 8$$

해설

조립제법 사용

$$\begin{array}{r|rrr}
 -1 & 3 & 2 & 7 \\
 & & -3 & 1 \\
 \hline
 -1 & 3 & -1 & 8 \rightarrow c \\
 & & -3 & \\
 \hline
 & 3 & -4 & \rightarrow b \\
 & \downarrow & & \\
 & a & &
 \end{array}$$

6. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2 + 13x - 18 = a(x + 2)(x - 3) + bx(x + 2) + cx(x - 3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

준식에

$x = 0$ 을 대입하면 $-18 = -6a$ 에서 $a = 3$

$x = 3$ 을 대입하면 $30 = 15b$ 에서 $b = 2$

$x = -2$ 을 대입하면 $-40 = 10c$ 에서 $c = -4$

$\therefore a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$

7. $\frac{3+4i}{1+3i}$ 를 $a+bi$ 의 꼴로 나타 낼 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 2

② -2

③ 1

④ -1

⑤ 0

해설

분모의 실수화를 해준다.

$$\frac{3+4i}{1+3i} = \frac{(3+4i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$\therefore a-b=2$$

8. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3}{8} + \frac{13}{8}i$

④ $\frac{3}{8} - \frac{13}{8}i$

② $\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$

⑤ $\frac{4}{9} + \frac{11}{9}i$

③ $\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i} = \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$$

9. 다음 계산 중 틀린 것은?

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm 4i$

해설

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$
 $= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$
 $= -i + 1 + i - 1$
 $= 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm \sqrt{-16} = \pm 4i$

10. $(1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i)$ 를 계산하면?

① $17 - i$

② $3 + i$

③ $3 - i$

④ $7 + i$

⑤ $7 - i$

해설

$$\begin{aligned} & (1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i) \\ &= (1 + 9) - (6 - i + 1) \\ &= 3 + i \end{aligned}$$

11. $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}i$

② $4\sqrt{3}i$

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

12. 복소수 $\frac{2+3i}{1-i}$ 를 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\frac{2+3i}{1-i} = \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+5i}{2}$$

$$\therefore a+b = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} = 2$$

13. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3+11i}{8}$

② $\frac{9+11i}{8}$

③ $\frac{3+9i}{10}$

④ $\frac{3+11i}{10}$

⑤ $\frac{9+11i}{10}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2+3i}{3-i} &= \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{6-3+11i}{10} \\ &= \frac{3+11i}{10}\end{aligned}$$

14. $(4 + 3i)^2 - (4 - 3i)^2$ 의 값은?

① 0

② 24

③ 48

④ $24i$

⑤ $48i$

해설

$$\begin{aligned} & (4 + 3i)^2 - (4 - 3i)^2 \\ &= 16 + 24i - 9 - (16 - 24i - 9) \\ &= 48i \end{aligned}$$

15. 다음 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 3x^2 + 4$

② $y = 2(x + 4)^2 - 5$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 1$

④ $y = -x^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

이차항의 계수가 양수일 때 최솟값을 갖는다.

16. 이차함수 $y = -2(x - 1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

위로 볼록하고 꼭짓점이 (1, 4)

$\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

17. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$y = -2x^2 + 4x + 1$$

$$= -2(x - 1)^2 + 3$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

18. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -4x^2 + 1$

② $y = -2(x - 1)^2 + 10$

③ $y = x^2 + 3x + 1$

④ $y = -2x^2 + 3x + 1$

⑤ $y = -(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

19. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

① $y = 2(x - 1)^2 + 3$

② $y = -x^2 + x + 3$

③ $y = -(x - 3)^2 + 1$

④ $y = -3(x + 2)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의 y 좌표가 3 인 것을 찾는다.

20. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x + 1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

④ $y = -3(x - 2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

21. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

- ① 최댓값 : 1, 최솟값 : 없다
- ② 최댓값 : 1, 최솟값 : -5
- ③ 최댓값 : 4, 최솟값 : 없다
- ④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1
- ⑤ 최댓값 : 1, 최솟값 : -3

해설

$$y = -2x^2 + 4x - 1$$

$$= -2(x-1)^2 + 1$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.

또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

22. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -x^2 + 1$

② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

23. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

② $x = -2$ 일 때, 최솟값 3을 갖는다.

③ $x = 2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

④ $x = 2$ 일 때, 최솟값 3을 갖는다.

⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

해설

$x = 2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

24. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

- ① 몫: $x - 1$, 나머지: 1
- ② 몫: $x - 1$, 나머지: 4
- ③ 몫: $x^2 - x - 4$, 나머지: 1
- ④ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: 1
- ⑤ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

1	1	-2	5	-3
		1	-1	4
1	-1	4	1	

$$\therefore x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

25. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0 \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

26. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$$

$$\therefore a+b+c = 4$$

27. 두 다항식 $x^3 + 1$, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

① x

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $x - 1$

⑤ $x - 2$

해설

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

따라서 최대공약수는 $x + 1$

28. 두 다항식 $x^3 - 3x^2 + 2x$, $x^4 - 4x^3 + 4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(3) + g(3)$ 의 값을 구하면?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

$$x^3 - 3x^2 + 2x = x(x-2)(x-1)$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = x^2(x-2)^2$$

$$\therefore f(x) = x(x-2), g(x) = x^2(x-1)(x-2)^2$$

$$\therefore f(3) + g(3) = 3 + 18 = 21$$

29. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$$2x^2 - 3x + 1, \quad 3x^2 - x - 2, \quad x^2 + 3x - 4$$

① $x - 1$

② $2x - 1$

③ $x - 2$

④ $x + 3$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$$

$$3x^2 - x - 2 = (3x + 2)(x - 1)$$

$$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$$

따라서 최대 공약수는 $x - 1$ 이다.

30. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3a + b$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{이라 하면}$$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \therefore a + b = 2$$

31. 일차식 $f(x)$ 와 이차식 $g(x)$ 의 최대공약수는 $x+1$ 이고, 두 식의 곱은 $f(x)g(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 일 때, ab 의 값은?

① 0

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

최대공약수가 $x+1$ 이고 두 식의 곱이 최고차항의 계수가 1
이므로

$$f(x) = x+1, g(x) = (x+1)(x+c)$$

$$f(x)g(x) = (x+1)(x+1)(x+c)$$

$$= x^3 + (c+2)x^2 + (2c+1)x + c$$

$$= x^3 - x^2 + ax + b$$

$$\text{계수를 비교하면 } c+2 = -1, 2c+1 = a, b = c$$

$$\therefore c = -3, a = -5, b = -3$$

$$\therefore ab = 15$$

해설

$f(x)g(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 는 $x+1$ 로 두 번 나누어 떨어진다.

조립제법으로 나누어 보면

$$-a + b - 2 = 0, a + 5 = 0$$

$$\therefore a = -5, b = -3 \text{ 이므로 } ab = 15$$

32. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로 각각의 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$

33. x 에 관한 3차식 $x^3 + px^2 - q^2$, $x^3 - (3q - p)x + 2(q - 1)$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, pq 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(x) = x^3 + px^2 - q^2,$$

$$g(x) = x^3 - (3q - p)x + 2(q - 1) \text{라 놓으면}$$

최대공약수가 $x - 1$ 이므로

$$f(1) = 1 + p - q^2 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$g(1) = 1 - (3q - p) + 2(q - 1) = 0 \text{에서}$$

$$p - q - 1 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } q^2 - q - 2 = 0, (q - 2)(q + 1) = 0$$

$$(i) \ q = 2 \text{일 때, } \textcircled{\text{㉡}} \ p = 3$$

$$f(x) = (x - 1)(x + 2)^2, \ g(x) = (x - 1)^2(x + 2)$$

$\therefore G.C.D$ 가 $x - 1$ 이라는 것에 모순

$$(ii) \ q = -1 \text{일 때, } \textcircled{\text{㉡}} \ p = 0$$

$$f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1),$$

$$g(x) = (x - 1)(x^2 + x + 4)$$

$\therefore G.C.D$ 는 $x - 1$

$$\therefore pq = 0$$

34. 두 상수 a 와 b 에 대하여 다음 두 다항식의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

$$x^2 + ax - 6, \quad x^2 - ax + b$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

왼쪽의 식 $f(2) = 4 + 2a - 6 = 0 \therefore a = 1$

오른쪽의 식 $g(2) = 4 - 2a + b = 0$ 에서

$a = 1$ 이므로 $b = -2$

$\therefore a + b = 1 + (-2) = -1$

35. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$, $2x^3 + (a-2)x^2 + ax - 2a$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a 의 값을 정하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+1)(x+2)$$

$$2x^3 + (a-2)x^2 + ax - 2a = (x-1)(2x^2 + ax + 2a)$$

최대공약수가 이차식이 되기 위해서는

$$f(x) = 2x^2 + ax + 2a \text{가 } x+1$$

또는 $x+2$ 를 인수로 가져야 한다.

그런데 $f(-2) = 8 - 2a + 2a \neq 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x+2$ 를 인수로 가지지 않는다.

따라서, $f(-1) = 2 - a + 2a = 0 \therefore a = -2$

36. 두 다항식 $x^2 + 3x + a$, $x^2 - 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 $f(x)$ 라 하자. $f(0)$ 의 값을 구하면?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

$x - 1$ 이 최대 공약수라면 두 식에
 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$A : x^2 + 3x + a$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$$

$B : x^2 - 3x + b$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$1 - 3 + b = 0 \therefore b = 2$$

$$A : x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$B : x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

최소공배수 $f(x) = (x - 1)(x + 4)(x - 2)$ 가 된다.

$$f(0) = (-1) \cdot (4) \cdot (-2) = 8$$

37. 두 다항식 $x^2 + 3x + a$, $x^2 - 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 최소공배수를 구하여라.

① $x^3 + 3x^2 - 12x + 8$

② $x^3 - 3x^2 + 10x - 8$

③ $x^3 + x^2 - 10x + 8$

④ $x^3 - 9x + 8$

⑤ $x^3 + 2x^2 - 8x + 10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 a , b 를 구한다.

$$1 + 3 + a = 0 \quad 1 - 3 + b = 0 \text{에서 } a = -4 \quad b = 2$$

$$\therefore x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$$(x - 1)(x - 2)(x + 4) = x^3 + x^2 - 10x + 8$$

38. 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 곱이 $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 일 때, $a-b$ 의 값은?(단, a, b 는 상수)

① -3

② 3

③ -1

④ 1

⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x-1)p, (x-1)q(p, q$ 은 서로 소)라 할 수 있다.

두 다항식의 곱은 $(x-1)^2 pq = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$

즉, $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 는 $x-1$ 로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.

조립제법을 사용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & a & b & 3 \\ & & 2 & a+2 & a+b+2 \\ \hline 1 & 2 & a+2 & a+b+2 & a+b+5=0 \\ & & 2 & a+4 & \\ \hline & 2 & a+4 & a+b+6=0 \end{array}$$

$a+b=-5, 2a+b=-6$ 을 연립하여 풀면

$$a=-1, b=-4$$

$$\therefore a-b=3$$

해설

$$(x-1)^2(2x+k) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$(x^2 - 2x + 1)(2x+k) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$$

상수항을 비교하면 $k=3$

$$\text{일차항의 계수를 비교하면 } 3x^2 - 4x^2 = ax^2$$

$$\therefore a=-1$$

일차항의 계수를 비교하면

$$-6x + 2x = bx \therefore b=-4$$

$$\therefore a-b=3$$

39. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^7 + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ 을 간단히 하면?

① 0

②

$1-i$

③ $1+i$

④ $-2i$

⑤ $2i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i, \quad \frac{1-i}{1+i} = \frac{1}{i} = -i$$

$$\therefore (\text{준식}) = (i)^7 + (-i)^8 = -i + 1$$

40. $A = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2005}$ 의 값은?

① $-i$

② 1

③ 0

④ $1+i$

⑤ $1-i$

해설

$$A = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\begin{aligned} & 1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^{2005} \\ &= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \dots + (-i) \\ &= 1 - i \end{aligned}$$

41. $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1 + i$

② $-1 - i$

③ 0

④ $1 + i$

⑤ $1 - i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{50}} \\ & \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} \right) + \left(\frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8} \right) + \cdots \\ & + \left(\frac{1}{i^{45}} + \frac{1}{i^{46}} + \frac{1}{i^{47}} + \frac{1}{i^{48}} \right) + \frac{1}{i^{49}} + \frac{1}{i^{50}} \\ & = \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \cdots \\ & + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \frac{1}{i} - 1 \\ & = \frac{1}{i} - 1 = -i - 1 \end{aligned}$$

42. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① i

② $-i$

③ $1 + i$

④ 0

⑤ 1

해설

$$i^2 = -1, i^3 = i^2 \times i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$$

$$i^5 = i^4 \times i = i$$

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

$$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$$

43. 허수단위 i 에 대하여 $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ 을 간단히하면?

① $1 + i$

② $-1 + i$

③ $2i$

④ $2 + i$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

44. $\sqrt{(-1)^2} + i^2 - \frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 0

③ 1

④ $-i$

⑤ i

해설

$$(\text{준식}) = 1 - 1 + i = i$$

45. $1 + i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{2005} = x + yi$ 일 때, $x + y$ 의 값은? (단, x, y 는 실수 $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$1 + i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{2005}$$

$$= 1 + i - 1 - i + \cdots + i$$

$$= 1 + i$$

$$x = 1, y = 1, x + y = 2$$

46. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{158}$ 의 값을 구하면?

① $-1 - i$

② $1 + i$

③ $-1 + i$

④ $1 - i$

⑤ 0

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = -\frac{2i}{2} = -i$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{158}$$

$$= (-i)^{203} + i^{158}$$

$$= i + (-1) = -1 + i$$

47. $f(x) = \frac{x}{1-i}$, $g(x) = \frac{x}{1+i}$ 인 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $\{f(1+i)\}^{2006} + \{g(1-i)\}^{2007}$ 의 값은?

① -2

② $-1+i$

③ -1

④ $-1-i$

⑤ 2

해설

$$f(1+i) = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$g(1-i) = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= (i)^{2006} + (-i)^{2007} \\ &= i^2 + (-i)^3 \quad (\because i^{2004} = (-i)^{2004} = 1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

48. $z = \frac{-2}{1 + \sqrt{3}i}$ 일 때, $z^4 - \bar{z}$ 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\sqrt{3}i$

② $-\sqrt{3}i$

③ $2\sqrt{3}i$

④ $-2\sqrt{3}i$

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} z &= \frac{-2}{1 + \sqrt{3}i} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{(1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i)} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{-2(1 - \sqrt{3}i)} \\ &= \frac{4}{-1 + \sqrt{3}i} \\ &= \frac{2}{-1 + \sqrt{3}i} \end{aligned}$$

$$\therefore 2z + 1 = \sqrt{3}i \cdots \textcircled{1}$$

①의 양변을 제곱하여 정리하면

$$4z^2 + 4z + 1 = -3 \Leftrightarrow z^2 + z + 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

②의 양변에 $z - 1$ 을 곱해주면

$$(z - 1)(z^2 + z + 1) = 0 \Leftrightarrow z^3 = 1$$

$$\therefore z^3 = 1 \text{ 이므로 } z^4 = z$$

$$\therefore z^4 - \bar{z} = z - \bar{z}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} - \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \\ &= \sqrt{3}i \end{aligned}$$

49. $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{1}{3\omega^2 + 4\omega + 2} = a + b\omega$ 를 만족하는 실수 a, b 의 값에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ $-\frac{4}{3}$

해설

$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서}$$

$$2\omega + 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱하면,

$$4\omega^2 + 4\omega + 4 = 0$$

$$\therefore \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$$3\omega^2 + 4\omega + 2 = 3(\omega^2 + \omega + 1) + \omega - 1 \\ = \omega - 1$$

$$\frac{1}{\omega - 1} = a + b\omega \text{ 에서}$$

$$(a + b\omega)(\omega - 1) = 1$$

$$(a - 2b)\omega - (a + b) = 1 \leftarrow \omega^2 = -\omega - 1$$

$$\therefore a - 2b = 0, a + b = -1 \text{ 에서}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore a + b = -1$$

50. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ 의 값은?

① $-15 + 5i$

② $-12 + 2i$

③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$

⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉 $x^2 + 4x = -5$ 이므로

$$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$$

$$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$$

$$= -5x - 3x + 2$$

$$= -8x + 2$$

$$= -8(-2 + i) + 2$$

$$= 18 - 8i$$

51. $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \dots + w^{100}$ 의 값은?

- ① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ ② $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서}$$

$$\begin{aligned} w^2 &= \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^2 = \frac{1 - 2\sqrt{3}i + 3i^2}{4} \\ &= \frac{-2 - 2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \end{aligned}$$

$$w^3 = w \cdot w^2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 - 3i^2}{4} = 1$$

$$1 + w + w^2 = 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = 0 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{100} &= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \dots \\ &\quad + w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w) \\ &= 0 + 0 + \dots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w) \\ &= 1 + w = 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \end{aligned}$$

52. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 2

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ ($m \geq 0$)

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

53. $z = \frac{2}{1 - \sqrt{3}i}$ 일 때 $z^5 + 3z$ 를 간단히 하면?

① $1 + \sqrt{3}i$

② $2 + \sqrt{3}i$

③ $3 + \sqrt{3}i$

④ $2 + 2\sqrt{3}i$

⑤ $3 + 3\sqrt{3}i$

해설

$$z = \frac{2}{1 - \sqrt{3}i} \text{ 에서 } z^2 - z + 1 = 0 \therefore z^3 = -1$$

$$z^5 + 3z = -z^2 + 3z = -(z - 1) + 3z = 1 + 2z$$

$$z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 이므로 } 1 + 2z = 2 + \sqrt{3}i$$