

1. x 에 대한 다항식 $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

내림차순으로 정리하면 $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.
- ㉡

오름차순으로 정리하면 $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.
- ㉢

주어진 다항식은 x 에 대한 3차식이다.
- ㉤

x^3 의 계수는 3이다.
- ㉥

상수항은 -4 이다.

- ①

㉠, ㉢
- ②

㉠, ㉡, ㉢
- ③

㉠, ㉡
- ④

㉠, ㉢, ㉤, ㉥
- ⑤

㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉤

x^3 의 계수는 $3y$ 이다.

㉥

상수항은 $5y - 4$ 이다.

2. 등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$ 이 x 에 관한 항등식일 때,

$a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, \quad b + c = 1$$

두 식을 연립하면 $b = 0, c = 1$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

3. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x + a)(x + b)(x + c)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$$
$$\therefore a + b + c = 4$$

4. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + 2(k+1)x + k = 0$ 이 중근을 가질 때 k 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\frac{D}{4} = b'^2 - ac = (k+1)^2 - k^2 = 2k+1 \text{에서}$$

중근을 가질 조건이므로

$$\frac{D}{4} = 0 \text{이어야 한다.}$$

$$2k+1=0 \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

5. 이차함수 $y = -(x-1)(x+3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= -(x-1)(x+3) \\&= -x^2 - 2x + 3 \\&= -(x+1)^2 + 4 \\x &= -1 \text{ 일 때, 최댓값 } 4 \text{ 를 가진다.}\end{aligned}$$

6. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 $r(x)$ 라 할 때, $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

① $-2r(x)$

② $-r(x)$

③ 0

④ $r(x)$

⑤ $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x) \{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서 $g(x)$ 의 차수는 $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는 $-r(x)$ 이다.

7. $a = 2004, b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

8. 등식 $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, \quad y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

9. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을 $(x-1)^2$ 을 나누었을 때 나머지가 $2x + 1$ 이 되도록 상수 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로
$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$
$$= (x-1)^2(x+k) + 2x + 1$$
$$= x^3 + (k-2)x^2 + (3-2k)x + k + 1$$
양변의 계수를 비교하면
$$a = k - 2, \quad b = 3 - 2k, \quad 3 = k + 1$$
$$k = 2 \text{이므로 } a = 0, \quad b = -1$$
$$\therefore a - b = 0 - (-1) = 1$$

10. x 에 관한 항등식 $(x^2+x+1)^5 = a_{10}(x+1)^{10} + a_9(x+1)^9 + \cdots + a_1(x+1) + a_0$ 에서 $a_0 + a_1 + \cdots + a_9 + a_{10}$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

주어진 식에 $x = 0$ 을 대입하면

$$(0 + 0 + 1)^5 = a_{10} + a_9 + \cdots + a_1 + a_0$$

$$\therefore a_0 + a_1 + \cdots + a_9 + a_{10} = 1$$

11. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지가 각각 3, 7이라고 할 때, $f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지는?

① $2x+3$

② $3x-4$

③ $4x-5$

④ $5x+6$

⑤ $6x-7$

해설

$$f(x) = (x-2)Q_1(x) + 3, f(2) = 3$$

$$f(x) = (x-3)Q_2(x) + 7, f(3) = 7$$

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{연립하면 } a = 4, b = -5$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 5$$

12. 다항식 $2x^{30} + 2x^{28} - x$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$2x^{30} + 2x^{28} - x = (x + 1)Q(x) + R$$

양변에 $x = -1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 + 1 = R \therefore R = 5$$

양변에 $x = 1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 - 1 = 2Q(1) + 5$$

$$\therefore Q(1) = -1$$

13. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	a
	1	4	3	5

- ① $a=3$
- ② $b=2$
- ③ $c=1$
- ④ $d=4$
- ⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	-1	b
		1	$a+1$	a
	1	$a+1$	a	$b+a$

$k=1, a=3, b=2, c=1, d=4$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

14. 등식 $3x^3 - x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 상수 a, b, c, d 의 값을 정하면?
- ① $a = 3, b = 7, c = -4, d = 4$
- ② $a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$
- ③ $a = 2, b = 9, c = 6, d = 4$
- ④ $a = 1, b = 3, c = 8, d = 4$
- ⑤ $a = 2, b = -9, c = 6, d = 4$

해설

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 3 & 0 & -1 & 2 \\
 & & 3 & 3 & 2 \\
 1 & 3 & 3 & 2 & 4 \leftarrow d \\
 & & 3 & 6 & \\
 1 & 3 & 6 & 8 & \leftarrow c \\
 & & 3 & & \\
 & 3 & 9 & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & \\
 & a & &
 \end{array}$$

$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$

해설

- (i) $x - 1 = y$ 로 놓으면 $x = y + 1$ 이므로
- $$3(y+1)^3 - (y+1) + 2 = ay^3 + by^2 + cy + d$$
- $$\therefore 3y^3 + 9y^2 + 8y + 4 = ay^3 + by^2 + cy + d$$
- $$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$$
- (ii) x 대신 $-1, 0, 1, 2$ 를 대입하면,
- $$x = 0 \text{ 대입 : } 2 = -a + b - c + d \cdots \textcircled{1}$$
- $$x = -1 \text{ 대입 : } 0 = -8a + 4b - 2c + d \cdots \textcircled{2}$$
- $$x = 1 \text{ 대입 : } 4 = d \cdots \cdots \textcircled{3}$$
- $$x = 2 \text{ 대입 : } 24 = a + b + c + d \cdots \textcircled{4}$$
- ①, ②, ③, ④를 연립하여 풀면,
- $$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$$

15. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

16. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 $z - \bar{z} = 2i$, $\frac{\bar{z}}{z} = -i$ 가 성립할 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 8 ⑤ 13

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$
 $z - \bar{z} = 2i$ 에서 $a + bi - (a - bi) = 2i$, $2bi = 2i$
 $\therefore b = 1$
 $\frac{\bar{z}}{z} = -i$ 에서 $\frac{a-i}{a+i} = -i$
 $\frac{(a-i)^2}{a^2+1} = -i$, $\frac{a^2-1-2ai}{a^2+1} = -i$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
(i) 실수부분이 0이어야 하므로
 $\frac{a^2-1}{a^2+1} = 0$, $a^2-1 = 0$
 $\therefore a = \pm 1$... ㉠
(ii) 허수부분이 -1이어야 하므로
 $\frac{-2a}{a^2+1} = -1$, $a^2+1 = 2a$
 $a^2-2a+1 = 0$, $(a-1)^2 = 0$
 $\therefore a = 1$... ㉡
따라서 ㉠, ㉡에 의하여 $a = 1$
 $\therefore z \cdot \bar{z} = (1+i)(1-i) = 1+1 = 2$

17. 다음을 계산하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

$$\sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 + 3i$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}} \\ &= \sqrt{3 \cdot (-3)} - \sqrt{(-3) \cdot (-3)} + \sqrt{\frac{-18}{2}} - \sqrt{\frac{18}{-2}} \\ &= \sqrt{-9} - \sqrt{9} + \sqrt{-9} - \sqrt{-9} \\ &= -\sqrt{9} + \sqrt{-9} \\ &= -3 + 3i \end{aligned}$$

18. 이차방정식 $x^2 - 5x + p = 0$ 의 두 근은 $3, \alpha$ 이고 $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근은 α, β 이다. 이 때 β 의 값은?(단 p, q 는 상수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

이차방정식 $x^2 - 5x + p = 0$ 에서

근과 계수의 관계에 의해

두 근의 합 : $3 + \alpha = 5 \quad \therefore \alpha = 2$

두 근의 곱 : $3 \cdot \alpha = p = 3 \cdot 2 = 6$

이차방정식 $x^2 - 6x + q = 0$ 의 두 근이 $2, \beta$ 이므로

$2 + \beta = 6 \quad \therefore \beta = 4$

19. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2(m + a - 2)x + m^2 + a^2 - 3b = 0$ 이 m 에 관계없이 항상 중근을 가질 때, $a + 3b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$x^2 + 2 \cdot (m + a - 2)x + (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

$$\text{중근을 가지려면 } \frac{D}{4} = 0$$

$$(m + a - 2)^2 - 1 \cdot (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

정리해서 m 으로 묶으면,

$$m \cdot (2a - 4) + (4 - 4a + 3b) = 0$$

$$a = 2, 3b = 4a - 4 = 4$$

$$\therefore a + 3b = 6$$

20. 이차방정식 $(2-k)x^2+2kx+1=0$ 이 서로 다른 부호의 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 범위를 구하면?

① $k \leq 2$

② $k > -2$

③ $k \leq -2$

④ $0 < k \leq 2$

⑤ $k > 2$

해설

서로 다른 부호의 실근을 가지려면 두 근의 곱인 $\frac{1}{2-k} < 0$ 을 만족시키면 된다.
따라서 $k > 2$

21. $x+y=3, x \geq 0, y \geq 0$ 일 때, $2x^2+y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면 $M-m$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$y = 3 - x \geq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 3$$

$$2x^2 + y^2 = 2x^2 + (3 - x)^2 = 3(x - 1)^2 + 6$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } m = 6$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } M = 18$$

$$\therefore M - m = 12$$

22. $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd)$ 를 바르게 인수분해 한 것은?

① $(a + b - c - d)(a - b + c + d)$

② $(a + b + c + d)(a - b + c - d)$

③ $(a + b + c - d)(a - b + c + d)$

④ $(a - b + c - d)(a - b + c + d)$

⑤ $(a + b + c + d)(a - b - c + d)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd) \\ &= (a^2 + 2ac + c^2) - (b^2 - 2bd + d^2) \\ &= (a + c)^2 - (b - d)^2 \\ &= (a + b + c - d)(a - b + c + d) \end{aligned}$$

23. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots + 99^2$ 을 계산하여라.

- ① 99
- ② 100
- ③ 4950
- ④ 5050
- ⑤ 10000

해설

$$\begin{aligned} &1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots + 99^2 \\ &= 99^2 - 98^2 + 97^2 - 96^2 + \cdots + 3^2 - 2^2 + 1^2 \\ &= (99^2 - 98^2) + (97^2 - 96^2) + \\ &\quad \cdots + (3^2 - 2^2) + 1^2 \\ &= (99 - 98)(99 + 98) + (97 - 96)(97 + 96) + \cdots + (3 - 2)(3 + 2) + 1 \\ &= (99 + 98) + (97 + 96) + \cdots + (3 + 2) + 1 \\ &= 1 + 2 + 3 + \cdots + 99 \\ &= (1 + 99) + (2 + 98) + \cdots + (49 + 51) + 50 \\ &= 4950 \end{aligned}$$

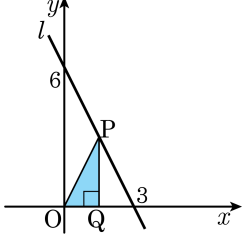
24. n 이 짝수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1}$ 의 값은?

① -2 ② $-\sqrt{2}$ ③ 0 ④ 2 ⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{4n+1} \\ &= \left\{\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^{2n} \cdot \frac{1+i}{\sqrt{2}} + \left\{\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^{2n} \cdot \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right) \\ &= (\pi^2)^{2n} \cdot \frac{1+i}{\sqrt{2}} + \{(-\pi)^2\}^{2n} \cdot \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{1+i}{\sqrt{2}} + \frac{1-i}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같이 직선 l 위를 움직이는 점 P가 있다. x 축 위에 내린 수선의 발을 Q라고 할 때, $\triangle POQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

직선 l 은 두 점 $(3, 0)$, $(0, 6)$ 을 지나므로

$$y = -2x + 6$$

점 P의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -2a + 6$

$$\begin{aligned} \triangle POQ &= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}a(-2a + 6) \\ &= -a^2 + 3a \\ &= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \end{aligned}$$

한편, 점 P는 제 1사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -2a + 6 > 0 \quad \therefore 0 < a < 3$$

따라서 $\triangle POQ$ 의 넓이는 $a = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{9}{4}$ 를 갖는다.