1. 두 다항식 $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$, $B = x^2 + x - 2$에 대하여 $A - 2B$를 간단히 한 것은?

① $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$　② $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$

③ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$　④ $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$

⑤ $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$A - 2B$ 를 동류항끼리 묶어 정리한다.

$$\begin{aligned} A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4 - 2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

2. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$ 을 간단히 하면?

① $72a^7x^8$ ② $-72a^7x^8$ ③ $72a^{12}x^{12}$

④ $-72a^{12}x^{12}$ ⑤ $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

3. $(x^3-3x^2+3x+4)(x^2+2x-5)$를 전개한 식에서 x^2의 계수를 구하면?

① 10 ② 15 ③ 19 ④ 21 ⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

i) (이차항)×(삼차항)에서 $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항)×(일차항)에서 $6x^2$

$\therefore$ x^2 의 계수는 $19 + 6 = 25$

4. 등식 $ax^2-(2a+c)x-1=(b-2)x^2+(b+3)x-c$가 x에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c를 정할 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

(준식)$=(a-b+2)x^2-(2a+c+b+3)x-1+c=0$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a-b+2=0,\ 2a+c+b+3=0,\ c=1$

$\Rightarrow a=-2,\ b=0,\ c=1$

$\therefore a^2+b^2+c^2=5$

5. 임의의 실수 x, y에 대하여, $(x+y)a^2+(x-y)b=4x+y$가 성립할 때, a^2+b^2의 값은?

① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$(a^2+b)x+(a^2-b)y=4x+y$

$a^2+b=4\cdots$①, $a^2-b=1\cdots$②

①, ②에서 $a^2=\frac{5}{2}$, $b=\frac{3}{2}$

$\therefore\ a^2+b^2=\frac{19}{4}$

6. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$를 일차식 $x+1$로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -10　② 10　③ -4　④ 4　⑤ 0

해설

$f(x) = (x+1)Q(x) + R$이라고 놓으면
$f(-1) = R$
$\therefore\ f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$
따라서 $R = -10$

7. x에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - px + 2$가 $x-2$로 나누어떨어지도록 상수 p의 값을 정하면?

① 1　　② -1　　③ 2　　④ -2　　⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - px + 2 = f(x)$로 놓으면 $f(x)$가 $x-2$로 나누어떨어지려면

$f(2) = 0$ 이므로,

$f(2) = 8 - 8 - 2p + 2 = 0$

$\therefore p = 1$

8. 다항식 $ax+ay-bx-by$를 인수분해 하면?

① $x(a-b)$ ② $(a-b)(x-y)$ ③ $(a+b)(x-y)$

④ $(a-b)(x+y)$ ⑤ $(a+b)(x+y)$

해설

$$
\begin{aligned}
ax+ay-bx-by &= a(x+y)-b(x+y) \\
&= (a-b)(x+y)
\end{aligned}
$$

9. x^4-6x^2+8를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

① $(x^2-2)(x^2-4)$

② $(x^2-2)(x-4)(x+4)$

③ $(x^2-2)(x-2)(x+2)$

④ $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x-2)(x+2)$

⑤ $(x^2-\sqrt{2})(x-2)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4-6x^2+8 &= (x^2)^2-6x^2+8 \\ &= (x^2-2)(x^2-4) \\ &= (x+2)(x-2)(x^2-2) \end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$f(x)=x^4-6x^2+8$

$f(2)=0,\quad f(-2)=0,$

즉, $(x-2)(x+2)$로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

10. $2012 = k$라 할 때, 2013×2011을 k로 나타내면?

① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $i^4 = -1$

② $x^2 = -9$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-27} = 3\sqrt{3}i$

④ $2 \in \{x \mid x\text{는 복소수}\}$

⑤ $a + bi$ 에서 $a = 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 순허수이다.(단, a, b 는 실수)

해설

$i^2 = -1 \quad \rightarrow \quad i^4 = 1$

12. 두 실수 x, y에 대하여 등식 $(1+i)(x-yi)=3+i$가 성립 할 때, $2x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$(x+y)+(x-y)i=3+i$

$\therefore\ x+y=3,\ x-y=1$

$\therefore\ x=2,\ y=1$

$\therefore\ 2x+y=5$

13. $\dfrac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\dfrac{3}{8}+\dfrac{13}{8}i$ ② $\dfrac{3}{10}+\dfrac{11}{10}i$ ③ $\dfrac{3}{10}-\dfrac{11}{10}i$

④ $\dfrac{3}{8}-\dfrac{13}{8}i$ ⑤ $\dfrac{4}{9}+\dfrac{11}{9}i$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i}=\frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)}=\frac{3}{10}+\frac{11}{10}i$$

14. $\sqrt{(-1)^2} + i^2 - \dfrac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-i$ ⑤ i

해설

(준식)$= 1 - 1 + i = i$

15. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$x^2 = (1 + \sqrt{2}i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i - 2 = -1 + 2\sqrt{2}i$$
$$y^2 = (1 - \sqrt{2}i)^2 = 1 - 2\sqrt{2}i - 2 = -1 - 2\sqrt{2}i$$
$$\therefore\ x^2 + y^2 = -2$$

해설

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = -2$$

16. $z = \dfrac{1+3i}{1-i}$ 일 때, 다음 중 z 의 켤레복소수 $\bar{z}$ 와 같은 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\dfrac{1+3i}{1+i}$ ② $\dfrac{1-3i}{1+i}$ ③ $\dfrac{1-3i}{1-i}$

④ $\dfrac{1-i}{1+3i}$ ⑤ $\dfrac{1+i}{1-3i}$

해설

$\overline{\left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)} = \dfrac{\overline{z_2}}{\overline{z_1}}$ 이므로

$\bar{z} = \overline{\left(\dfrac{1+3i}{1-i}\right)} = \dfrac{\overline{1+3i}}{\overline{1-i}} = \dfrac{1-3i}{1+i}$

17. 방정식 $|x+5|=1$를 만족하는 x의 값들의 합은?

① -9 ② -10 ③ -11 ④ -12 ⑤ -13

해설

$|x+5|=1$

$\Rightarrow \quad x+5=1$ 또는 $x+5=-1$

$\therefore \quad x=-4$ 또는 $x=-6$

18. 이차방정식 $3x^2-2x-1=0$의 근을 A, B (단, $A<B$)라 할 때, $3A+B$의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$3x^2-2x-1=0$

$(3x+1)(x-1)=0$

$x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=1$

$\therefore\quad 3A+B=0$

19. 이차방정식 $x^2-2x+k+2=0$이 중근을 가지도록 하는 상수 k의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$x^2-2x+(k+2)=0$

$\dfrac{D}{4}=(-1)^3-(k+2)=0$

$1-k-2=0 \quad \therefore \ k=-1$

20. 이차방정식 $x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 갖게 하는 실수 k의 값으로 옳지 않은 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 가지므로

$D=(-3)^2+4\cdot1\cdot(k-1)\geq0$

$9+4k-4\geq0,\ 4k\geq-5$

$\therefore\ k\geq-\dfrac{5}{4}$

21. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$

④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = B(2x + 1) - 6x + 2$ 에서

$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$

$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1)$

$= x^2 + 2x + 2$

22. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7 개 ② 8 개 ③ 12 개 ④ 13 개 ⑤ 64 개

해설

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$

$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$

$= (4a^2-9b^2)^{12}$

$\therefore$ $(4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13 개이다.

23. 등식 $2x^2-3x-2=a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)$이 x에 관한 항등식이 되도록 할 때, $2ab$의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

양변에 $x=0$을 대입하면, $-2=2a$ $\therefore\ a=-1$
양변에 $x=1$을 대입하면, $-3=-b$ $\therefore\ b=3$
$\therefore\ 2ab=-6$

24. a, b는 정수이고, ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, b의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

ax^3+bx^2+1

$=(x^2-x-1)(ax-1)$

$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$

양변의 계수를 비교하면

$-(1+a)=b, 1-a=0$

$\therefore \quad a=1,\ b=-2$

25. 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1$, $x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$　　② $-x+3$　　③ $x-3$

④ $-x-3$　　⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1$, $x-2$로 나눈 나머지는 각각 $2, 1$이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2$, $f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

26. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$　② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$　④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1)=0,\ f(2)=0,\ f(3)=0$이므로

(준식)$=(x-1)(x-2)(x-3)$

27. 이차방정식 $x^2-3x+2=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$의 값은?

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$x^2-3x+2=0$

$(x-2)(x-1)=0$

$x=1$ 또는 $x=2$이므로 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

28. 다항식 $(x^3+x^2-2x-1)^5$을 전개한 식이 $a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{14}x^{14}+a_{15}x^{15}$일 때, $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{14}-a_{15}$의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(x^3+x^2-2x-1)^5$
$=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{14}x^{14}+a_{15}x^{15}$
양변에 $x=-1$을 대입하면
$(-1+1+2-1)^5=a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{14}-a_{15}=1$

29. 등식 $3x^3 - x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 상수 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 값을 정하면?

① $a = 3\ b = 7\ ,\ c = -4\ ,\ d = 4$

② $a = 3\ b = 9\ ,\ c = 8\ ,\ d = 4$

③ $a = 2\ b = 9\ ,\ c = 6\ ,\ d = 4$

④ $a = 1\ b = 3\ ,\ c = 8\ ,\ d = 4$

⑤ $a = 2\ b = -9\ ,\ c = 6\ ,\ d = 4$

해설

1	3	0	−1	2		
		3	3	2		
1	3	3	2	$\boxed{4}$	←	d
		3	6			
1	3	6	$\boxed{8}$	←	c	
		3				
	3	$\boxed{9}$	← b			
	↑					
	a					

$\therefore\ a = 3,\ b = 9,\ c = 8,\ d = 4$

해설

(i) $x - 1 = y$ 로 놓으면 $x = y + 1$ 이므로

$3(y+1)^3 - (y+1) + 2 = ay^3 + by^2 + cy + d$

$\therefore\ 3y^3 + 9y^2 + 8y + 4 = ay^3 + by^2 + cy + d$

$\therefore\ a = 3\ ,\ b = 9\ ,\ c = 8\ ,\ d = 4$

(ii) x 대신 $-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 를 대입하면,

$x = 0$ 대입 : $2 = -a + b - c + d \cdots$ ①

$x = -1$ 대입 : $0 = -8a + 4b - 2c + d \cdots$ ②

$x = 1$ 대입 : $4 = d\ \ \cdots\cdots$ ③

$x = 2$ 대입 : $24 = a + b + c + d \cdots$ ④

①, ②, ③, ④를 연립하여 풀면,

$\therefore\ a = 3,\ b = 9,\ c = 8,\ d = 4$

30. 이차항의 계수가 1인 두 다항식 A, B의 최대공약수가 $x+1$이고, 최소공배수가 x^3-3x-2일 때, $A+B$를 구하면?

① $(x-1)(x+1)$ ② $(x-1)(2x+1)$

③ $(x-1)(2x-1)$ ④ $(x+1)(2x-1)$

⑤ $(x+1)(2x+1)$

해설

$A = Ga, \quad B = Gb$(a , b는서로소), $\quad L = Gab$

$$L = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x^2 - x - 2)$$
$$= (x+1)(x-2)(x+1)$$
$$A + B = (x+1)(x+1) + (x+1)(x-2)$$
$$= (x+1)(x+1+x-2) = (x+1)(2x-1)$$

31. 두 다항식 A, B의 최대공약수가 $x+1$이고, 곱이 $x^4+x^3-7x^2-13x-6$이다. A, B의 최소공배수를 $f(x)$라 할 때, $f(3)$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$AB = LG,\ G = x+1$

$AB = x^4+x^3-7x^2-13x-6$

$= (x+1)^2(x+2)(x-3)$

$f(x) = (x+1)(x+2)(x-3),\ f(3) = 0$

32. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $z+\bar{z}$ 는 실수이다.
② $z=\bar{z}$ 이면 z 는 실수이다.
③ $z\bar{z}=1$ 이면 $z^2=1$ 이다.
④ $z\bar{z}=0$ 이면 $z=0$ 이다.
⑤ $z\bar{z}$ 는 실수이다.

해설

복소수 z 와 그의 켤레복소수를 각각
$z=a+bi,\ \bar{z}=a-bi\ (a, b$ 는 실수$)$라 하면
① $z+\bar{z}=(a+bi)+(a-bi)=2a$ (참)

②
$$\begin{aligned} z=\bar{z} &\Leftrightarrow a+bi=a-bi \\ &\Leftrightarrow 2bi=0 \\ &\Leftrightarrow b=0(\text{참}) \end{aligned}$$

③ $z\bar{z}=a^2+b^2=1 \Rightarrow z^2=a^2-b^2+2abi \neq 1$ (거짓)
(반례) $a=0,\ b=1$ 일 때, $z^2=-1$
④ $z\bar{z}=a^2+b^2=0 \ \Leftrightarrow\ a=0,\ b=0$ (참)
⑤ $z\bar{z}=a^2+b^2$ (참)

33. 복소수 z의 켤레복소수가 $\bar{z}$일 때, $(2+3i)z+(2-3i)\bar{z}=2$ 를 만족시키는 복소수 z 는?

① 존재하지 않는다. ② 단 한 개 있다.

③ 두 개 뿐이다. ④ 세 개 뿐이다.

⑤ 무수히 많다.

해설

$z=a+bi$ 라 하면 $\bar{z}=a-bi$ (단, $a,\ b$ 는 실수)

$(2+3i)(a+bi)+(2-3i)(a-bi)=2$

$2a+2bi+3ai-3b+2a-2bi-3ai-3b=2$

$4a-6b=2 \qquad \therefore\ 2a-3b=1$

$2a-3b=1$ 을 만족하는 실수 $a,\ b$ 의 순서쌍은 무수히 많으므로

주어진 조건을 만족하는 복소수 z 는 무수히 많다.