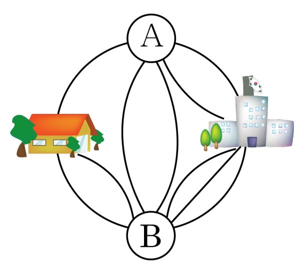
1. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



① 22　② 34　③ 47　④ 54　⑤ 66

해설

(1) 집$\rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 = 2$

(2) 집$\rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $2 \times 3 = 6$

(3) 집$\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$

(4) 집$\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$

$\therefore\ 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

2. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9 개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$\therefore\ {}_9C_2 = 36$

3. 18000 의 양의 약수 중에서 짝수의 개수는?

① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

해설

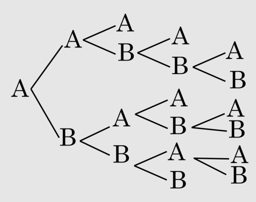
$18000 = 2^4 \times 3^2 \times 5^3$
따라서 양의 약수 중에서 짝수인 것의 개수는
$4 \times (2+1) \times (3+1) = 48$ (개)

4. A, B 두 사람이 테니스 경기를 하는데, 경기는 5세트 중 3세트 이기는 쪽이 승리한다. A가 먼저 1승을 거둔 상태에서 승부가 결정될 때까지 일어날 수 있는 모든 경우의 수는?

▶ 답 : ____________ 가지

▷ 정답 : 10가지

해설

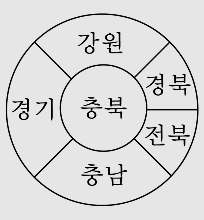


5. 다음 그림은 우리나라 지도의 일부분이다. 6 개의 도를 서로 다른 4 가지의 색연필로 칠을 하여 도(☒)를 구분하고자 한다. 색칠을 하는 방법의 가지 수를 구하면?

① 32 가지　② 56 가지　③ 72 가지
④ 96 가지　⑤ 118 가지

해설

위 지도를 다음 그림과 같이 생각하면,



충북에 색칠하는 방법의 수는 4 (가지)
충남에 색칠하는 방법의 수는 3 (가지)
전북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
경기에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
경북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
강원에 색칠하는 방법의 수는 1 (가지)
그러므로 $4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 96$
$\therefore$ 96 가지

6. 남자 5명, 여자 4명 중에서 남자 3명, 여자 2명을 뽑아서 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

① 1800 ② 3600 ③ 4800 ④ 5400 ⑤ 7200

해설

${}_5C_3 \times {}_4C_2 \times 5! = 7200$

7. 1학년 학생 3명과 2학년 학생 4명을 일렬로 세울때, 1학년 학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수는?

① 690 ② 700 ③ 710 ④ 720 ⑤ 730

해설

1학년 3명을 하나로 보면, 5명이 일렬로 세우는 방법과 같다.
$\Rightarrow 5! = 120$
여기에 1학년끼리 위치 바꾸는 방법 3!을 곱한다.
$\therefore\ 120 \times 3! = 720$

8. A, C, E, F, L, O, S, V 의 8 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 문자열 속에 $ASLOVECF$ 와 같이 $LOVE$ 라는 단어가 들어 있는 경우의 수는?

① 80 ② 100 ③ 120 ④ 140 ⑤ 160

해설

$LOVE$ 를 한 문자 X 로 생각하면 되므로, 구하는 경우의 수는 X, A, C, F, S 의 5 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다.
$\therefore 5! = 120$ (가지)

9. 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144 ② 288 ③ 864 ④ 1526 ⑤ 2880

해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$ (가지),
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는 $4!$ (가지)
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는 $3!$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880$ (가지)

10. 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 4개를 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 20의 배수가 되는 경우의 수는?

① 12　　② 14　　③ 16　　④ 18　　⑤ 20

해설

4 의 배수와 5 의 배수 판별법을 이용한다. 즉 끝자리가 0 이고 끝의 두 자리가 4 의 배수가 되어야 한다.

$\Rightarrow \boxed{}\boxed{}20$ 또는 $\boxed{}\boxed{}40$

$2 \times {}_3P_2 = 12$

11. 7 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 에서 서로 다른 5 개의 숫자를 택하여 5 자리의 정수를 만들 때, 4 의 배수인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 624 개

해설

4 의 배수이려면 끝의 두자리 수가 4 의 배수이어야 하므로 5자리 수의 숫자 배열은 다음 중 하나이다.

$\square\square\square$ 04　$\square\square\square$ 24
$\square\square\square$ 12　$\square\square\square$ 32
$\square\square\square$ 16　$\square\square\square$ 36
$\square\square\square$ 20　$\square\square\square$ 40
$\square\square\square$ 52
$\square\square\square$ 56
$\square\square\square$ 60
$\square\square\square$ 64

∴ 구하는 개수는 $4 \times_5 P_3 + 8 \times ({}_5P_3 -_4 P_2) = 240 + 384 = 624$

12. 그림과 같은 직사각형의 틀에 숫자 1, 1, 2, 3을 제 1행의 각 칸에 1개씩 나열하고 제 2행에도 숫자 1, 1, 2, 3 을 각 칸에 1개씩 나열할 때, 같은 열에는 같은 숫자가 들어가지 않게 나열하는 경우의 수는?

1행				
2행				

① 15 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

숫자 1, 1, 2, 3을 같은 열에는 같은 숫자가 들어가지 않게 나열하는 방법의 수는 (1 2), (1 3), (2 1), (3 1)을 일렬로 나열하는 방법의 수와 일치하므로 $4! = 24$

13. 남자 5명과 여자 4명 중에서 3명의 대표를 뽑을 때, 적어도 남자 1명이 포함되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 80 가지

해설

전체의 경우에서 여자만 뽑히는 경우의 수를 뺀다.

$\therefore\ {}_9C_3 - {}_4C_3 = 80$

14. 대각선의 개수가 54 인 볼록 n 각형의 꼭짓점의 개수는?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

${}_nC_2 - n = 54$, $\frac{n(n-1)}{2\times 1} - n = 54$,
$n^2 - 3n - 108 = 0$, $(n-12)(n+9) = 0$
$\therefore n = 12$ ($\because$ n은 자연수)

15. 서로 다른 과일 6 개에 대하여 과일을 1 개, 2 개, 3 개로 나누어 세 학생에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 360 가지

해설

나눈 후 배열하는 방법까지 고려한다.

$\Rightarrow {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360$

16. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 4 개, 10 원짜리 동전 4 개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 118 가지

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각각의 동전을 사용할 수 있는 경우의 수는 (각 동전의 갯수)+1 가지이다.
그러나, 금액이 모두 0 원이면 지불방법이 되지 못하므로,
∴(지불 방법의 수)$= (2+1)(4+1)(4+1) - 1 = 74$
50 원짜리 동전이 2 개가 되면 100 원을 지불할 수 있으므로, 지불 금액의 수는 금액이 중복되지 않도록 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꿔 생각한다.
즉, 50 원짜리 동전 8 개와 10 원짜리 동전 4 개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
∴(지불 금액의 수)$= (8+1)(4+1) - 1 = 44$

17. a, b, c, d, e, f 의 여섯 문자로 만든 순열 중 모음의 순서가 알파벳의 순서와 같은 것의 개수를 구하여라.

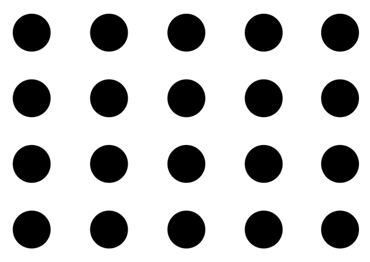
▶ 답: 개

▷ 정답: 360 개

해설

모음 a 와 e 의 순서는 항상 a 가 먼저 오는 경우로 고정되어 있으므로,
a, e 를 a, a 로 보면
a, a, b, c, d, f 로 만드는 순열의 수는
$\frac{6!}{2!} = 360$ (개)

18. 다음 그림과 같이 20개의 점이 똑같은 크기의 직사각형 모양을 이루고 있을 때, 이들 20개의 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 1056 개

해설

총 삼각형의 개수는 20개에서 3개 택하는 경우의 수에서 3개를 택했을 때 삼각형이 되지 않는 경우의 수를 빼는 가지 수이다.

삼각형이 되지 않는 경우의 수는

i) 일직선상에 있는 5개의 점 중에서 3개 택하는 경우의 수 : ${}_5C_3 \times 4 = 40$

ii) 일직선상에 있는 4개의 점 중에서 3개 택하는 경우의 수 : ${}_4C_3 \times 9 = 36$

iii) 일직선상에 있는 3개의 점 중에서 3개 택하는 경우의 수 ${}_3C_3 \times 8 = 8$

따라서 구하는 경우의 수는 ${}_{20}C_3 - (40 + 36 + 8) = 1056$

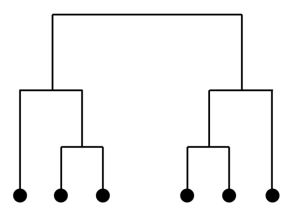
19. 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 상자와 6 개의 공이 있다. 한 상자에 하나씩 임의로 공을 담을 때, 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 상자의 수가 3 개인 경우의 수는?

① 20　② 30　③ 40　④ 50　⑤ 60

해설

6 개의 상자 중에서 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 3 개를 택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$ (가지) 이다.
이때, 예를 들어 선택된 상자가 1, 2, 3 이라 하면 나머지 4, 5, 6 상자는 공에 적힌 숫자와 모두 달라야 하므로 4, 5, 6 상자에 각각 (5, 6, 4) 또는 (6, 4, 5) 의 공이 차례로 들어가야 하므로 2 가지 경우가 있다.
그런데 나머지 경우에 대하여도 각각 2 가지씩 존재하므로 구하는 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$ (가지)

20. 씨름 대회에 참가한 6 명이 그림과 같은 토너먼트방식으로 시합을 가질 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인가?



① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

우선 3 팀씩 두 조로 나눈다.

$\Rightarrow {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 10$

그리고 뽑은 세팀중에서 부전승 한팀만 뽑으면
한쪽의 대진표는 자연히 만들어 진다.

$\therefore 10 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1 = 90$