

1. $i + i^3 + i^5 + i^7 + \dots + i^{101} = a + bi$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(좌변) = $i - i + i - i + \dots + i = i$ 이므로

$i = a + bi$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a = 0, b = 1$

$\therefore a + b = 1$

2. 복소수 $z = (1 + i)x + 1 - 2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

해설

$$z = (1 + i)x + 1 - 2i = (x + 1) + (x - 2)i$$

z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x + 1 = 0, \quad x = -1$$

3. $|x+1| + |x-2| = x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

i) $x < -1$ 일 때,

$$-x-1-x+2 = x+3$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ (모순)}$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x+1-x+2 = x+3$$

$$\therefore x = 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x+1+x-2 = x+3$$

$$\therefore x = 4$$

4. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$$

$$= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta$$

$$= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta$$

$$= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9$$

5. x, y 에 대한 이차식 $2x^2 + xy - y^2 - x + 2y + k$ 가 x, y 에 대한 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 상수 k 의 값은 ?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$2x^2 + xy - y^2 - x + 2y + k$ 를 x 에 대해 정리하면

$$2x^2 + (y-1)x - y^2 + 2y + k$$

이 식이 일차식의 곱으로 인수분해 되려면

판별식이 완전제곱식이 되어야 한다.

$$D = (y-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-y^2 + 2y + k)$$

$$= 9y^2 - 18y - 8k + 1$$

이 식이 완전제곱식이므로

$$\frac{D'}{4} = 9^2 + 9(-8k + 1)$$

$$\therefore k = -1$$

해설

일차식의 곱으로 이루어져있으므로, 이차항을 이용하여 $(2x - y + a)(x + y + b)$ 로 나타낼 수 있다.

전개하면, $2x^2 + xy - y^2 + (a + 2b)x + (a - b)y + ab$ 이고 문제에 주어진 식과 같아야 되므로,

$$\begin{array}{r} a+2b=-1 \\ -) a- b=2 \\ \hline 3b=-3 \end{array}$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$\therefore k = ab = -1$$