

1. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(\sqrt{a})^2 = -a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{a^2} = a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

① $(\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

2. $-\sqrt{8^2} \div \left(\sqrt{\frac{8}{5}}\right)^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$(-8) \times \frac{5}{8} = -5$$

3. $6 \leq \sqrt{5x} < 10$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 7 개

② 9 개

③ 10 개

④ 12 개

⑤ 13 개

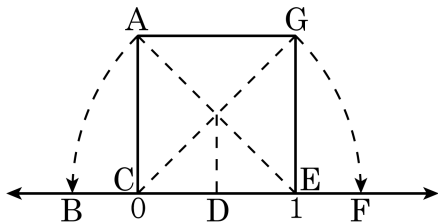
해설

$$6 \leq \sqrt{5x} < 10 \text{ 에서 } 36 \leq 5x < 100$$

$$\text{따라서 } \frac{36}{5} \leq x < 20 \text{ 이므로}$$

정수 x 는 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 이다. 따라서 12 개이다.

4. 다음 그림에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $\overline{AC} = \overline{EG} = 1$, $\overline{AE} = \overline{BE}$, $\overline{CG} = \overline{CF}$)

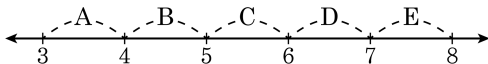


- ① 선분 AE 의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
- ② 점 B 의 좌표는 $B(-\sqrt{3})$ 이다.
- ③ 점 D 의 좌표는 $D\left(\frac{1}{2}\right)$ 이다.
- ④ 점 F 의 좌표는 $F(\sqrt{2})$ 이다.
- ⑤ 선분 BF 의 길이는 $2\sqrt{2} - 1$ 이다.

해설

- ① 한 변이 1 인 정사각형의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$
- ② E(1) 이고 $\overline{BE} = \overline{AE} = \sqrt{2}$ 이므로 $B(1 - \sqrt{2})$
- ③ 점 D 는 $\overline{CE}$ 의 중점이므로 $D\left(\frac{1}{2}\right)$
- ④ $\overline{CG} = \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{CG} = \overline{CF} \therefore F(\sqrt{2})$
- ⑤ $F(\sqrt{2}), B(1 - \sqrt{2})$ 이므로 $\overline{BF} = \sqrt{2} - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1$
(두 점 $A(a), B(b)$ 사이의 거리 $= |b - a|$)

5. 다음 수직선에서 $2\sqrt{7}$ 에 대응하는 점이 있는 구간은?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

$$2\sqrt{7} = \sqrt{28}$$

$5 < \sqrt{28} < 6$ 이므로 C 구간

6. $2\sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{2}}$ 을 간단히 하여라.

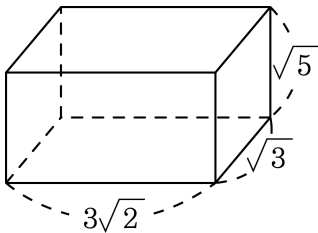
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$2\sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{6} \times \frac{1}{3\sqrt{3}} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = 2$$

7. 다음 그림과 같은 직육면체의 부피를 $\sqrt{a}$ 의 꼴로 나타냈을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 270$

해설

직육면체의 부피는 (가로) $\times$ (세로) $\times$ (높이) 이므로 $3\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{30} = \sqrt{270}$ 이다. 따라서 a 의 값은 270이다.

8. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{7} - \sqrt{3} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

② $\sqrt{0.02} \times \sqrt{2} = 0.2$

③ $\sqrt{6} + \sqrt{4} = \sqrt{10}$

④ $3\sqrt{2} \times \sqrt{12} \div \frac{1}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{50} = -2\sqrt{30}$

해설

④ $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 18\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 0$

9. $2 < \sqrt{x} \leq 4$ 인 정수 x 가 a 개라 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$2 = \sqrt{4}, 4 = \sqrt{16}$$

$\sqrt{4} < \sqrt{x} \leq \sqrt{16}$ 을 만족하는 정수 x 는

$$x = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16$$

따라서 $a = 12$

10. 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$ $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, $\sqrt{0.03}$ 와 $\sqrt{0.003}$ 의 값으로 바르게 짝지어진 것은?

① 0.001732 , 0.5477

② 0.05477 , 0.1732

③ 0.1732 , 0.05477

④ 0.5477 , 0.01732

⑤ 0.1732 , 0.001732

해설

$$\sqrt{0.03} = \sqrt{3 \times 0.01} = \frac{\sqrt{3}}{10} = 0.1732$$

$$\sqrt{0.003} = \sqrt{30 \times 0.0001} = \frac{\sqrt{30}}{100} = 0.05477$$

11. $2 + \sqrt{5}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

① $4 + \sqrt{5}$

② $4 - \sqrt{5}$

③ $6 - \sqrt{5}$

④ $6 + \sqrt{5}$

⑤ $8 + \sqrt{5}$

해설

$2 < \sqrt{5} < 3$ 이고 $4 < 2 + \sqrt{5} < 5$ 이므로

정수 부분 $a = 4$

소수 부분은 $b = 2 + \sqrt{5} - 4 = \sqrt{5} - 2$

$$\begin{aligned}\therefore 2a + b &= 2 \times 4 + (\sqrt{5} - 2) \\ &= 8 + \sqrt{5} - 2 = 6 + \sqrt{5}\end{aligned}$$

12. $(2x-y)(x+y) - 3(2x-y)$ 는 x 와 y 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해 된다. 이 때, 두 일차식의 합은?

① 0

② $x + y - 1$

③ $2x + 2y - 3$

④ $3x - 3$

⑤ $3x - 5$

해설

$(2x-y)(x+y) - 3(2x-y)$ 의 공통인수는 $2x-y$ 이므로

$$(2x-y)(x+y) - 3(2x-y) = (2x-y)(x+y-3)$$

따라서 두 일차식 $2x-y$ 와 $x+y-3$ 의 합은 $3x-3$ 이다.

13. $x^2 - 10x + A = (x + 5)(x - B)$ 일 때, A , B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -75$

▷ 정답 : $B = 15$

해설

$$x^2 - 10x - 75 = x^2 + (5 - B)x - 5B$$

$$5 - B = 10, \therefore B = 15$$

$$\therefore A = -5B = -75$$

14. $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$$

$$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3)$$

15. $3x^2 + (3a + 16)x - 6$ 을 인수분해하면 $(x + b)(3x - 2)$ 가 된다. 이때, 상수 $a + b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 3

해설

$$(x + b)(3x - 2) = 3x^2 + (-2 + 3b)x - 2b \text{ 이므로}$$

$$3x^2 + (-2 + 3b)x - 2b = 3x^2 + (3a + 16)x - 6$$

$$-2 + 3b = 3a + 16, -2b = -6 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore a = -3 \quad \therefore a + b = 0$$

16. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{7}\text{cm}$, $\sqrt{10}\text{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{17}$ cm

해설

$(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{10})^2 = 17$ 이다.

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 17 의 양의 제곱근인 $\sqrt{17}(\text{cm})$ 이다.

17. $\sqrt{50-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은?

① 1

② 5

③ 9

④ 14

⑤ 25

해설

50 보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수부터 차례대로 구하면 49, 36, 25 이고, 이를 만족하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은 $\sqrt{50-x} = 25$ 가 될 때이다.

$$\sqrt{50-x} = \sqrt{25}$$

$$50-x = 25$$

$$\therefore x = 25$$

18. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{75} < 9$

② $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$

③ $0.3 > \sqrt{0.3}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{4}}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{4}}$

해설

$\sqrt{0.09} < \sqrt{0.3}$ 이므로 $0.3 < \sqrt{0.3}$ 이다.

19. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면?

① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$

② $\sqrt{2x} = 4$

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$

④ $2x + 1 = 1$

⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm \sqrt{2}$ 이다.

20. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉡ 0 이 아닌 모든 유리수는 무한소수 또는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ -100 은 $\sqrt{10000}$ 의 제곱근이다.
- ㉣ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.
- ㉤ $\sqrt{25} = \pm 5$
- ㉥ 모든 유리수는 유한소수이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ 무한소수는 순환하는 무한소수(유리수)와 순환하지 않는 무한소수(무리수)로 나뉜다.
- ㉢ $\sqrt{10000} = 100$ 의 제곱근은 ± 10 이다.
- ㉣ 0 의 제곱근은 0 뿐이므로 1 개다.
- ㉤ $\sqrt{25} = 5$
- ㉥ 유리수 중 순환소수는 무한소수이다.

21. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.
- ⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설

서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

22. $A = 5\sqrt{2} - 2$, $B = 3\sqrt{2} + 1$, $C = 4\sqrt{3} - 2$ 일 때, 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $A > B > C$

② $A > C > B$

③ $B > A > C$

④ $B > C > A$

⑤ $C > A > B$

해설

$$A - B = 2\sqrt{2} - 3 < 0 \text{ 이므로 } A < B$$

$$A - C = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } A > C$$

$\therefore B > A > C$ 이다.

23. $\sqrt{99} \sqrt{715} = A \sqrt{65}$, $6 \sqrt{5} = \sqrt{B}$ 일 때, $B - A$ 의 값을 구하면?

① 144

② 145

③ 146

④ 147

⑤ 148

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{99} \sqrt{715} &= \sqrt{3^2 \times 11} \sqrt{5 \times 11 \times 13} \\ &= \sqrt{3^2 \times 5 \times 11^2 \times 13} = 33 \sqrt{65}\end{aligned}$$

$$\therefore A = 33$$

$$6 \sqrt{5} = \sqrt{6^2 \times 5} = \sqrt{180}$$

$$\therefore B = 180$$

$$\therefore B - A = 180 - 33 = 147$$

24. $\sqrt{\frac{2}{7}} \div \sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{14}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{2}{7}} \div \sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{14}} &= \sqrt{\frac{2}{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{14} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 14}{7 \times 2}} \\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

25. 다음 네 개의 수를 큰 순서부터 나열한 것은?

㉠ $\sqrt{1.25}$

㉡ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

㉢ $\sqrt{\frac{5}{25}}$

㉣ $\sqrt{\frac{5}{49}}$

① ㉠ > ㉡ > ㉢ > ㉣

② ㉠ > ㉢ > ㉡ > ㉣

③ ㉠ > ㉣ > ㉡ > ㉢

④ ㉢ > ㉣ > ㉠ > ㉡

⑤ ㉡ > ㉠ > ㉣ > ㉢

해설

$$\text{㉠ } \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{㉡ } \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{㉢ } \sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{㉣ } \sqrt{\frac{5}{49}} = \frac{\sqrt{5}}{7}$$

$$\therefore \text{㉠} > \text{㉡} > \text{㉢} > \text{㉣}$$

26. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{6} = b$ 일 때, $\sqrt{0.96} + \sqrt{200}$ 을 a , b 를 이용하여 나타내면?

① $5a + \frac{1}{10}b$

② $5a + \frac{1}{20}b$

③ $10a + \frac{2}{5}b$

④ $10a + \frac{1}{25}b$

⑤ $15a + \frac{1}{20}b$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \frac{\sqrt{2^4 \times 6}}{10} = \frac{4\sqrt{6}}{10} = \frac{2}{5}b$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2} = 10a$$

$$\therefore \sqrt{0.96} + \sqrt{200} = 10a + \frac{2}{5}b$$

27. $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a\sqrt{6}$, $-\frac{20}{3\sqrt{5}} = b\sqrt{5}$ 일 때, $\sqrt{-ab}$ 의 값은?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 3\sqrt{6} \therefore a = 3$$

$$-\frac{20}{3\sqrt{5}} = -\frac{20 \times \sqrt{5}}{3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}} = -\frac{4\sqrt{5}}{3} \therefore b = -\frac{4}{3}$$

$$\sqrt{-ab} = \sqrt{-3 \times \left(-\frac{4}{3}\right)} = \sqrt{4} = 2$$

28. $-3\sqrt{2} - \frac{11}{4}\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{5} = a\sqrt{2} + b\sqrt{5}$ 가 성립할 때, $2a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$-3\sqrt{2} - \frac{11}{4}\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{5}$$

$$= (-3 + 5)\sqrt{2} + \frac{-11 + 3}{4}\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

$$a = 2, b = -2 \text{ 이므로 } 2a + b = 2$$

29. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \quad \sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

① $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$

② $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$

③ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}$

④ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$

⑤ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = \frac{5\sqrt{6}}{6} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉡}} \quad \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉤}} \quad \sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} \\ = 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ = 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \end{aligned}$$

30. 유리수 a 에 대하여 $\frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정할 때, a 의 값을 모두 구하면?

① 1, 2

② 2, 3

③ 3, 4

④ 3, 5

⑤ 4, 5

해설

분모를 유리화 시키면

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+a-5)(a\sqrt{3}+3)}{(a\sqrt{3}-3)(a\sqrt{3}+3)} \\ &= \frac{9a+6\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}-5a\sqrt{3}-15}{3a^2-9} \end{aligned}$$

가 유리수가 되어야 하므로 분자의

$6\sqrt{3}-5a\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}=0$ 이 되어야 한다.

$a^2-5a+6=0$ 이고, 이차방정식 $a^2-5a+6=0$ 을 인수분해하면
 $(a-3)(a-2)=0$ 이므로 $a=3$ 또는 $a=2$ 이다.

31. 다음 그림과 같은 직육면체의 겉넓이는?

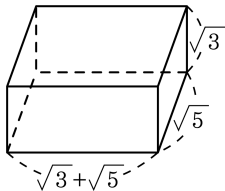
① $12 + 6\sqrt{11}$

② $14 + 6\sqrt{11}$

③ $14 + 6\sqrt{15}$

④ $16 + 6\sqrt{15}$

⑤ $18 + 6\sqrt{15}$



해설

직육면체의 겉넓이는

$$2 \times \{ \sqrt{5}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) + \sqrt{3}\sqrt{5} + \sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) \}$$

$$= 2(8 + 3\sqrt{15}) = 16 + 6\sqrt{15}$$

32. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 a , a 의 역수를 b 라고 할 때, $(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 을 만족하는 유리수 x , y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{8}$

▷ 정답 : $y = -\frac{1}{16}$

해설

$\sqrt{5}$ 의 소수부분 $a = \sqrt{5} - 2$ 이고,

a 의 역수 $b = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 이므로 분모를 유리화 시키면 $b = \sqrt{5} + 2$

이다.

$(a-1)x + 2(b+3)y + 1 = 0$ 식에

$a = \sqrt{5} - 2$, $b = \sqrt{5} + 2$ 를 대입하면

$$(\sqrt{5} - 2 - 1)x + 2(\sqrt{5} + 2 + 3)y + 1 = 0$$

$$\text{정리하면 } (\sqrt{5} - 3)x + 2(\sqrt{5} + 5)y + 1 = 0,$$

$$\text{전개하면 } x\sqrt{5} - 3x + 2y\sqrt{5} + 10y + 1 = 0 \text{ 이다.}$$

(유리수) + (무리수) = 0 이므로

(유리수) = 0, (무리수) = 0 이 되어야 한다.

$$x\sqrt{5} + 2y\sqrt{5} = 0, -3x + 10y + 1 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x + 2y = 0, -3x + 10y = -1 \text{ 이다.}$$

두 식 $x + 2y = 0$, $-3x + 10y = -1$ 을 연립하여 풀면 $y = -\frac{1}{16}$

이다.

또, $x + 2y = 0$ 에 $y = -\frac{1}{16}$ 을 대입하면 $x = \frac{1}{8}$ 이다.

33. $6x^2 - xy + Ay^2 = (3x - By)(Cx + 3y)$ 일 때, $A - BC$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A - BC = -25$

해설

$$\begin{aligned}(3x - By)(Cx + 3y) \\&= 3Cx^2 + (9 - BC)xy - 3By^2 \\&= 6x^2 - xy + Ay^2 \\3C &= 6, C = 2 \\9 - BC &= -1, B = 5 \\A &= -15 \\\therefore A - BC &= -25\end{aligned}$$

34. 다음 보기에서 $a - b - c + d$ 의 값을 구하여라.

보기

㉠ $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + a)$

㉡ $2x^2 + 10x + 12 = 2(x + 3)(x + b)$

㉢ $(x + c)(x - c) = x^2 - 9 \ (c > 0)$

㉤ $-2x^2 - 16x - 32 = -2(x + d)^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

㉠ $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + 5) \therefore a = 5$

㉡ $2x^2 + 10x + 12 = 2(x + 3)(x + 2) \therefore b = 2$

㉢ $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9 \therefore c = 3$

㉤ $-2x^2 - 16x - 32 = -2(x + 4)^2 \therefore d = 4$

따라서 $a = 5, b = 2, c = 3, d = 4$ 이므로 $a - b - c + d = 4$ 이다.

35. 가로가 $2a + 3$, 넓이가 $6a^2 - a - 15$ 인 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10a - 4$

해설

$$6a^2 - a - 15 = (2a + 3)(3a - 5) \text{ 이므로}$$

$$(\text{세로}) = 3a - 5$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{둘레의 길이}) &= (2a + 3 + 3a - 5) \times 2 \\ &= (5a - 2) \times 2 \\ &= 10a - 4 \end{aligned}$$

36. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$

② $12a$

③ $12a^2$

④ $-12a^2$

⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$

$$-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$$

$$\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$$

37. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b \end{aligned}$$

38. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, 0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0, 1 - b > 0$

$$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$$

$$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$$

$$= -2a + a - b + 1 - b$$

$$= -a - 2b + 1$$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

39. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값은?

① 33

② 36

③ 42

④ 44

⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$a = 7 \times 2 \times 3 = 42$ 일 때 최소

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a + b = 42 + 36 = 78$$

40. $x, y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} \\ &= 18x \end{aligned}$$

$$18x = 126$$

$$\therefore x = 7$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} \\ &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} \\ &= 6\sqrt{14y} \end{aligned}$$

$$6\sqrt{14y} = 84$$

$$\sqrt{14y} = 14, y = 14$$

$$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$$

41. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ 의 값을 구하여라.(단, 소수 넷째 자리까지 구한다.)

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.0472

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{5}}\right) &= \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2.236}{5} - 0.4 \\ &= 0.4472 - 0.4 = 0.0472\end{aligned}$$

42. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

43. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

44. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98900000

해설

$$\begin{aligned} A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\ &\quad - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\ &\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\ &= (2 - 1)(2 + 1) + (4 - 3)(4 + 3) + (6 - 5) \\ &\quad (6 + 5) + (8 - 7)(8 + 7) + (10 - 9)(10 + 9) \\ &= 3 + 7 + 11 + 15 + 19 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore B^2 - A^2 &= (B + A)(B - A) \\ &= (9945 + 55)(9945 - 55) \\ &= 10000 \times 9890 \\ &= 98900000 \end{aligned}$$

45. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

46. $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(8)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2} - 1$

④ $2\sqrt{2} + 1$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$f(n) = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} \\ &= -1 + 3 = 2 \end{aligned}$$

47. $f(x) = x^2 - 8x - 48$, $f(x)$ 가 40의 약수를 인수를 가질 때, 자연수 x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 52

해설

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$ 이고

40의 약수는 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40이다.

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$ 이므로

$x + 4$ 또는 $x - 12$ 가 40의 약수가 되어야 한다.

이때, 자연수 x 가 최댓값을 가지려면,

$x - 12 = 40$ 일 때이므로 $x = 52$

48. 0 부터 9 까지의 숫자가 적힌 카드 10 장이 있다. 이 중 2 장을 택해 카드에 적힌 숫자를 x, y 라고 할 때, $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 11가지

해설

$\sqrt{xy+x-3y-3} = \sqrt{(x-3)(y+1)}$ 이므로

$(x-3)(y+1)$ 이 완전제곱수일 때, 주어진 식이 자연수가 된다.

$(x-3)(y+1) = 1$ 일 때, $(x, y) = (4, 0)$

$(x-3)(y+1) = 4$ 일 때,

$(x, y) = (4, 3)(5, 1)(7, 0)$

$(x-3)(y+1) = 9$ 일 때, $(x, y) = (4, 8)(6, 2)$

$(x-3)(y+1) = 16$ 일 때, $(x, y) = (5, 7)(7, 3)$

$(x-3)(y+1) = 25$ 일 때, $(x, y) = (8, 4)$

$(x-3)(y+1) = 36$ 일 때, $(x, y) = (7, 8)(9, 5)$

따라서 $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 11 가지이다.

49. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $a + b + c \neq 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{2}$

해설

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\frac{1}{2}(a+b+c) \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0$$

이때 a, b, c 는 실수이고 $a+b+c \neq 0$ 이므로

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c} = \frac{9}{2}$$

50. $a + b = 3$, $ab = 1$ 일 때, $a^2(a - b) + b^2(b - a)$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 3^2 - 4 \times 1 = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= a^2(a - b) - b^2(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 - b^2) \\ &= (a - b)^2(a + b) \\ &= 5 \times 3 = 15\end{aligned}$$