

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한 소수이다.
- ② 두 무리수 $-\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 두 정수 -1 과 3 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ④ (무리수) + (무리수) = (무리수) 이다.
- ⑤ 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.

해설

④ $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 무리수와 무리수의 합은 유리수가 될 수도 있다.

2. $x^2 + (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2}$ 를 인수분해하면?

① $(x - 2)(x + \sqrt{2})$

② $(x + 2)(x - \sqrt{2})$

③ $(x - 1)(x + 2\sqrt{2})$

④ $(x + 2)(x + \sqrt{2})$

⑤ $(x + 1)(x - 2\sqrt{2})$

해설

$$x^2 + (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2} = (x + 2)(x + \sqrt{2})$$

3. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$$48 + 4a - 16 = 0$$

$$a = -8$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, x = -4$$

$$(\text{구하는 값}) = \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$$

4. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{81} = \pm 9$
- ② 음수의 제곱근은 두 개이다.
- ③ 제곱근 0.49 는 ± 0.7 이다.
- ④ 6.4 의 제곱근은 0.8 이다.
- ⑤ 0의 제곱근은 한 개이다.

해설

- ① $\sqrt{81} = 9$
- ② 음수의 제곱근은 없다.
- ③ 제곱근 $0.49 = \sqrt{0.49} = 0.7$
- ④ 6.4 의 제곱근 $= \pm \sqrt{6.4}$

5. 다음 중 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{0.9}, 2\sqrt{6}, \sqrt{0.04}, \sqrt{\frac{2}{4}}, \sqrt{9} - \sqrt{3}$$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$$\sqrt{0.\overline{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}} = 1, \sqrt{0.04} = 0.2 \text{ 유리수이다.}$$

따라서 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{4}}$, $\sqrt{9} - \sqrt{3}$ 이 무리수이다.

6. x 와 y 사이에는 $y - x = \frac{1}{x}$ 의 식이 성립한다. $x = \sqrt{7}$ 일 때, y 를 x 로
바르게 표현한 것은?

- ① $\frac{3}{2}x$ ② $\frac{7}{8}x$ ③ $\frac{8}{7}x$ ④ $2x$ ⑤ $3x$

해설

$$y = x + \frac{1}{x} = \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}} = \sqrt{7} + \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{8}{7}\sqrt{7} = \frac{8}{7}x$$

7. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) = a\sqrt{10}$ 이고 $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = b\sqrt{2} + c\sqrt{6}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \sqrt{3} \times (-\sqrt{30}) = -\sqrt{90} = -3\sqrt{10} \\ &\therefore a = -3 \\ & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &\therefore b = -7, c = 4 \\ &\therefore a+b+c = -6 \end{aligned}$$

8. 유리수 a, b 에 대하여 " $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면 $a = b = 0$ 이다."라는 성질을 이용하여 $x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2}(1 - 3\sqrt{2})$ 을 만족시키는 두 유리수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 수로 바르게 짝지어진 것은?

풀이과정

$$x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 6$$

좌변으로 이항하여 정리하면

$$x + 3y + 6 + (2x + 5y - 1)\sqrt{2} = 0$$

문제에 주어진 성질에 의하여

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \textcircled{B}$$

이 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \boxed{}, y = \boxed{}$$

$$\text{따라서, } x + y = \boxed{}$$

① $x = 13, y = 33, x + y = 20$

② $x = 23, y = -13, x + y = 10$

③ $x = -33, y = 13, x + y = -20$

④ $x = 33, y = -13, x + y = 20$

⑤ $x = 33, y = 13, x + y = 43$

해설

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$$2 \times \textcircled{A} - \textcircled{B} \text{ 을 하면, } y = -13$$

$$\text{이것을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면, } x = 33$$

$$\text{따라서 } x + y = 20 \text{ 이다.}$$

9. $a = \sqrt{5}$ 일 때, $\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} + \frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} + \frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}} &= \frac{(\sqrt{a+1})^2 + (\sqrt{a-1})^2}{\sqrt{a-1} \times \sqrt{a+1}} \\ &= \frac{a+1+a-1}{\sqrt{a^2-1}} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5-1}} = \sqrt{5}\end{aligned}$$

10. 다음 중 나머지 4 개와 숫자 배열이 다른 하나는?

① $\sqrt{7.2}$

② $\sqrt{720}$

③ $\sqrt{7200000}$

④ $\sqrt{0.0072}$

⑤ $\sqrt{0.072}$

해설

④ $\sqrt{0.0072}$ 는 $\sqrt{72}$ 의 숫자배열과 같다.

11. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2 + 5b$ 의 값은?

① $-1 + 2\sqrt{2}$

② $-2 + 2\sqrt{2}$

③ $-2 + 4\sqrt{2}$

④ $-3 + 5\sqrt{2}$

⑤ $-4 + 5\sqrt{2}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = 1, b = \sqrt{2} - 1$$

$$2a^2 + 5b = 2 \times 1^2 + 5 \times (\sqrt{2} - 1)$$

$$= 2 + 5\sqrt{2} - 5$$

$$= -3 + 5\sqrt{2}$$

12. $x > \frac{2}{3}$ 이고, $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{9x^2 - 12x + 4} = x + 1$ 일 때, 만족하는 x 의 값의 개수를 구하여라.

$$\frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, 2, \frac{5}{2}$$
▶ 답: 개

▶ 정답 : 3 개

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{9x^2 - 12x + 4} \\ &= \sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{(3x-2)^2} \\ &= |2x-3| + 3x-2 \\ &= x+1 \quad \text{이므로} \end{aligned}$$

$$|2x - 3| = (x + 1) - (3x - 2) = -2x + 3 \text{ 이다.}$$

즉, $x \leq \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 만족하는 x 의 값은 $\frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}$ 의 3개이다.

13. 어떤 이차식을 지연이는 x 의 계수를 잘못 보고 $2(x+2)(x-9)$ 로 인수 분해하였고, 동현이는 상수항을 잘못 보고 $2(x-1)(x-2)$ 로 인수 분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수 분해한 것이 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, abc 의 값은?

① 5 ② 12 ③ -36 ④ 36 ⑤ -18

해설

지연이는 $2x^2 - 14x - 36$ 에서 상수항 -36 을 맞게 보았고,
동현이는 $2x^2 - 6x + 4$ 에서 x 의 계수 -6 을 맞게 보았다.
따라서 $2x^2 - 6x - 36 = 2(x-6)(x+3)$
 $\therefore a = 2, b = 6, c = -3$
 $\therefore abc = -36$

14. $a^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^3 + a^2 - 3a - 3}{a + 1}$ 의 값을 구하면?

㉠ $2\sqrt{2}$

㉡ $2 + \sqrt{2}$

㉢ $2\sqrt{2} - 1$

㉣ $4\sqrt{2}$

㉤ $4\sqrt{2} - 2$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^3 + a^2 - 3a - 3}{a + 1} &= \frac{a^2(a + 1) - 3(a + 1)}{a + 1} \\ &= \frac{(a^2 - 3)(a + 1)}{a + 1} \\ &= a^2 - 3 = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

15. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $5x^2 - 10xy + 5y^2 = 2x - 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x - y$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?(단, $x + y \neq 0$)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

해설

좌변: $5(x^2 - 2xy + y^2) = 5(x - y)^2$,

우변: $2x - 2y = 2(x - y)$

$5(x - y) = 2$ ($\because x \neq y$),

$x - y = \frac{2}{5}$

16. 이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $p^2 - \frac{14}{3}p$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{8}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 에 $x = p$ 를 대입하면,

$$3p^2 - 14p + 8 = 0, \quad -8 = 3p^2 - 14p$$

따라서 $p^2 - \frac{14}{3}p = -\frac{8}{3}$ 이다.

17. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x-6) + 9 = 0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식)=0의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④ $x^2 = 1$ 이므로 $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

18. 이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 아닌 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\frac{3m-9}{8} < 0$ 이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3 은 m 의 값이 아니다.

19. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

(두 원의 넓이의 합) $= \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi\text{cm}^2$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2\text{cm} \quad (\because r > 0)$$

20. $\sqrt{2}$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 무리수이다.
- ㉡ 2 의 양의 제곱근이다.
- ㉢ 소수로 나타내면 순환하는 무한소수이다.
- ㉣ 기약분수로 나타낼 수 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이다.
무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

21. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

① 60

② 54

③ $\frac{54}{5}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

22. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$

㉣ $x^2 - 4x + 4$

㉤ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$

㉣ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

㉤ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

23. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$
 $abc = 14$ 또는 $abc = 56$ 또는 $abc = 126$
 $abc = 224$ 또는 $abc = 504$
 $abc = 14$ 일 때, (1, 2, 7)
 $abc = 56$ 일 때, (1, 7, 8), (2, 4, 7)
 $abc = 126$ 일 때, (2, 7, 9), (3, 6, 7)
 $abc = 224$ 일 때, (4, 7, 8)
 $abc = 504$ 일 때, (7, 8, 9)

24. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해된다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$x^2 - ax - 3x + 3a - 3 = (x + \alpha)(x + \beta) \text{로 놓으면}$$

$$x^2 - (a + 3)x + 3a - 3 = x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$a + 3 = -(\alpha + \beta) \text{에서 } a = -\alpha - \beta - 3$$

$$3a - 3 = \alpha\beta \text{에서 } a = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$$

$$\therefore -\alpha - \beta - 3 = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$$

$$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 = 0$$

$$(\alpha + 3)(\beta + 3) = -3$$

$$\alpha + 3 = \pm 1 \text{ 일 때, } \beta + 3 = \mp 3 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha, \beta) = (-2, -6) (-4, 0)$$

$$\therefore a = -\alpha - \beta - 3 \text{ 에서 } a = 1, 5$$

25. 이차방정식 $4x^2 + px - 5p = 0$ 을 $(2x - A)^2 = B$ 의 꼴로 변형하였더니 $B = 0$ 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라. ($p \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$4x^2 + px - 5p = 0$ 을 변형하면

$$\left(2x + \frac{p}{4}\right)^2 = 5p + \frac{p^2}{16}$$

즉, $B = 0$ 이므로

$$5p + \frac{p^2}{16} = 0$$

$$80p + p^2 = 0$$

$$p(p + 80) = 0$$

$p \neq 0$ 이므로

$$\therefore p = -80$$

따라서 $A = -\frac{p}{4} = 20$ 이다.