

1. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤ 이다.

3. 다음은 소인수분해를 하는 과정이다. 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 6} \\ \hline \overline{) 9} \\ \overline{) 9} \\ \overline{) 9} \\ \overline{) 9} \\ \overline{) 9} \\ \overline{) 9} \\ \overline{) 9} \end{array}$$
$$36 = 2^{} \times ^{}$$

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :

- ▶ 정답 : 18
- ▶ 정답 : 3
- ▶ 정답 : 2
- ▶ 정답 : 3

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$

4. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.

$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

5. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

6. 다음 중 12와 서로소인 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$12 = 2^2 \times 3$ 이므로 5와 서로소이다.

7. 두 수 2×3^2 , 3×5^2 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 5$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

2×3^2 , 3×5^2
최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

8. 두 자연수의 최소공배수가 24 일 때, 두 수의 공배수 중 100 이하인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 48

▷ 정답 : 72

▷ 정답 : 96

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 24 의 배수들 중 100 이하인 수를 찾는다.

9. 가로, 세로의 길이가 각각 48 m, 32 m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14 m ② 16 m ③ 18 m ④ 20 m ⑤ 22 m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $48 = x \times \square$, $32 = x \times \triangle$
 x 는 48과 32의 최대공약수이므로
 $48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$
 $\therefore x = 2^4 = 16$ (m)

10. 가로 길이가 16cm , 세로 길이가 12cm , 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

- ① 36cm ② 48cm ③ 72cm
④ 96cm ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24 의 최소공배수이므로 48cm 이다.

11. 어떤 수를 6 으로 나누었더니 몫이 3 이고 나머지가 3 이었다. 이 수를 5 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

어떤 수를 A 라 하면 $A = 6 \times 3 + 3 = 5 \times 4 + 1$ 이므로 몫이 4, 나머지가 1 이다.
따라서 $a - b = 4 - 1 = 3$ 이다.

12. $x = 5^{15} + 1$, $y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$
이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로
 $5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.
 $5^{15} \times 2^{13} = 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2$
 $= (5 \times 2)^{13} \times 25$
 $= 10^{13} \times 25$
따라서 xy 는 15 자리의 수이다.

13. $x = 5^{27} + 1$, $y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

- ① 24 자리의 수 ② 25 자리의 수 ③ 26 자리의 수
④ 27 자리의 수 ⑤ 28 자리의 수

해설

$$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$$

이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{27} \times 2^{23} &= 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4 \\ &= (5 \times 2)^{23} \times 625 \\ &= 10^{23} \times 625 \end{aligned}$$

따라서 xy 는 26 자리의 수이다.

14. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 29

▷ 정답 : 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

15. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

16. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

17. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$$36 = (5 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) \text{ 이므로}$$

$$\square = 2^4 = 16$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$$36 = (a + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

18. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

19. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ 의 최대공약수를 구하면?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 되므로 $2 \times 3 \times 5$ 이다.

20. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ 이다.

21. 두 수 $2^2 \times 3^2$, $2^2 \times 3 \times 5$ 의 공약수를 모두 구하여라.

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :

- ▷ 정답 : 1
- ▷ 정답 : 2
- ▷ 정답 : 3
- ▷ 정답 : 4
- ▷ 정답 : 6
- ▷ 정답 : 12

해설
최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$ 이므로 두 수의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이다.

22. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$ 와 $2 \times 3 \times 5^b$ 의 최소공배수가 360 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 3$, $b = 1$ 이다.

$\therefore a \times b = 3 \times 1 = 3$

23. 300 이하의 자연수 중에서 2^3 , 2×3^2 , 24 의 공배수가 아닌 것은?

- ① 72 ② 144 ③ 180 ④ 216 ⑤ 288

해설

2^3 , 2×3^2 , 24 의 최소공배수는 72 이므로 보기 중에서 300 이하의 72 의 배수가 아닌 것은 180 이다.

24. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

25. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

- ① 3 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 - 2 = 24$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 12 (명)

26. 122 를 나누면 4 가 부족하고 186 을 나누면 3 이 부족한 수 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 3

② 4

③ 7

④ 9

⑤ 63

해설

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$, $189 = 3^3 \times 7$ 이므로

최대공약수는 $3^2 \times 7 = 63$,

63 의 약수 중 나머지 4 보다 큰 수는 7, 9, 21, 63

따라서 가장 작은 수는 7 이다.

27. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8

② 12

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이다.

28. $2 \times n$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{5}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것은?

① 100 ② 200 ③ 300 ④ 400 ⑤ 500

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $2 \times n$ 이 세제곱이므로 n 은 적어도 2 가 두 번 곱해져 있고, $\frac{n}{5}$ 이 제곱이므로 n 은 5 가 세 번 곱해져 있다.

$$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

29. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

30. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3
풀이어야 한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

31. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1,4 이다.

32. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 20

해설

두 자연수를 a, b 라 두면,
 $a + b = 32$ 이고 a, b 는 60 의 약수이다.
60 의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 이므로
더해서 32 가 되는 두 수는 (2, 30), (12, 20) 이다.
하지만 2, 30 의 최소공배수는 30 이므로
두 자연수는 12, 20 이다.

33. 볼펜 24 개, 연필 72 개, 지우개 48 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 한 학생이 받는 모든 물건의 개수는 총 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 이므로
24, 72, 48 의 최대공약수는 $2^3 \times 3 = 24$
따라서 한 사람이 받는 물건은 볼펜 1 개, 연필 3 자루, 지우개 2 개이므로
총 개수는 6 이다.

34. 가로 길이가 54cm, 세로 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90의 최대공약수이므로
 $54 = 2 \times 3^3$
 $2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$
 $\therefore a = 18$
정육면체의 개수는
 $(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90$ (개)
 $\therefore b = 90$
 $\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$

35. 원주 위의 세 점을 같은 방향으로 일정한 속도로 움직이는 세 점 A, B, C 가 있다. 점 A 는 한 바퀴 도는데 6 초가 걸리고, 점 B 는 1분에 30 바퀴, 점 C 는 1분에 12 바퀴를 돈다고 한다. 세 점 A, B, C 가 동시에 원주 위의 점 P 를 통과한 후, 15분 동안 동시에 점 P 를 몇 번 통과 하는지 구하여라.

▶ **답:** 번

▷ 정답 : 30 번

해설

한 바퀴 도는데 A 는 6 초, B 는 $\frac{1}{30}$ 분 (=2 초), C 는 $\frac{1}{12}$ 분 (=5 초)가 걸린다.

그러므로 점 P 에서 동시에 출발한 후 처음으로 점 P 를 통과하는 데는 6, 2, 5의 최소공배수인 30 초가 걸린다.

따라서 점 P 를 15 분, 즉 900 초 동안 동시에 통과하는 횟수는 $900 \div 30 = 30$ (번)이다.

36. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$

톱니바퀴 A 는 $72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$

톱니바퀴 B 는 $72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$

톱니바퀴 C 는 $72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

37. 자연수 N 을 15 이하의 2 의 배수로 나누면 나머지는 모두 1 이다.
이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

15 이하의 2 의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 이다.
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 의 최소공배수는 840 이므로 구하는
수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

38. 두 자연수 A, B 가 $\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$ 를 만족하고 A, B 최대공약수와 최소공배수의 곱이 150 이다. 이때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 10$

▷ 정답 : $B = 15$

해설

$A = 2k, B = 3k$, 두 수의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$2k \times 3k = 150, k^2 = 25, k = 5$ 이다.

$\therefore A = 10, B = 15$

39. 희정이는 1 과 100 사이의 자연수 중에서 $\frac{1}{3}$ 을 곱하여도, $\frac{1}{8}$ 을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?
- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

구하는 수를 a 라 하면
 $\frac{1}{3} \times a = (\text{자연수})$, $\frac{1}{8} \times a = (\text{자연수})$ 가 되는 a 는 3 과 8 의 공배수이므로,
3 과 8 의 최소공배수는 24
따라서 24, 48, 72, 96 의 4 개

40. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A + B$ 를 계산하여라.

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.
분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.
 $A = 18, B = 5$ 이므로
 $A + B = 23$ 이다.

41. 10^n 에 가장 가까운 11의 배수 (단, n 은 자연수)를 작은 순서대로 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1111110

해설

11의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀
절댓값이 0이거나 11의 배수인 수이므로,
 10^n 에서 가장 가까운 11의 배수를 차례대로 구해 보면,
 $10 \rightarrow 11,$
 $10^2 \rightarrow 99,$
 $10^3 \rightarrow 1001,$
 $10^4 \rightarrow 9999,$
 $10^5 \rightarrow 100001,$
 $10^6 \rightarrow 999999,$
 $\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$

42. $2^a = 32$, $5^b = 625$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$2^5 = 32$, $5^4 = 625$ 이므로 $a \times b = 20$ 이다.

43. 200 의 소인수들의 합은?

① 6

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 소인수는 2, 5 이다.

$\therefore 2 + 5 = 7$

44. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③ 2×3^2

④ $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

45. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최대값은?
- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)252} \\ 2 \overline{)126} \\ 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값
중에서 가장 큰 자연수는 $A = 7$ 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

46. 자연수 a 의 약수의 개수를 $[a]$ 이라 할 때, $[x] - [20] = 6$ 를 만족하는 가장 작은 x 의 값을 구한 것은?

① 42 ② 50 ③ 60 ④ 64 ⑤ 72

해설

$[x] - [20] = 6$
 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $3 \times 2 = 6$ (개) 이다.
따라서 $[20] = 6$ 이므로
 $[x] - 6 = 6$
 $[x] = 12$
 $12 = 2 \times 6$ 일 때, $x = 2^5 \times 3 = 96$
 $12 = 3 \times 2 \times 2$ 일 때, $x = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$
 $12 = 4 \times 3$ 일 때, $x = 2^3 \times 3^2 = 72$
따라서 가장 작은 x 의 값은 60 이다.

47. a 가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.
 x 는 1 이상이고 150 이하이고, $f(x) = 3$ 일 때, x 의 값의 개수는?

① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3개인 수는
(소수)²이므로
150 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2$ 의 5개

48. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$21 \times x = 3 \times 7 \times x$, $15 \times x = 3 \times 5 \times x$
두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 풀이어야
한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

49. 세 자연수의 비가 $2:3:6$ 이고 최소공배수가 246 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 246

해설

세 자연수의 비가 $2:3:6$ 일 때, 원래의 세 자연수를 $2 \times a, 3 \times a, 6 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) 2 \times a \quad 3 \times a \quad 6 \times a \\ 2) \quad 2 \quad \quad 3 \quad \quad 6 \\ \hline 3) \quad 1 \quad \quad 3 \quad \quad 3 \\ \hline \quad 1 \quad \quad 1 \quad \quad 1 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 = 6 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 246 이므로 $6 \times a = 246$ 이고, $a = 41$ 이다.

따라서 세 자연수는 $2 \times 41 = 82, 3 \times 41 = 123, 6 \times 41 = 246$ 이다. 그 중 가장 큰 수는 246이다.

50. 두 수의 합이 24 , 최대공약수가 3 , 최소공배수가 45 일 때, 두 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 $3 \times a, 3 \times b$ 라 두면,
 $3 \times a + 3 \times b = 24 \rightarrow a + b = 8$,
 $3 \times a \times b = 45 \rightarrow a \times b = 15$,
 $a = 5, b = 3$ 이므로 두 수는 15,9 이다.
 $\therefore$ (두 수의 차) $= 15 - 9 = 6$