

1. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤이다.

3. 다음은 소인수분해를 하는 과정이다.  안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$2 \overline{) 36}$$

$$2 \overline{) \square}$$

$$\square \overline{) 9}$$

3

$$36 = 2^{\square} \times \square^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

4.  $3^a \times 5^b$  이  $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수  $a, b$  의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$  이  $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로,  $a$  는 3 이상의 자연수,  $b$  는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은  $a = 3, b = 1$  일 때이다.

$$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$$

5.  $3^4 \times x$  는 약수의 개수가 10 개 인 자연수이다. 다음 중  $x$  의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤  $3^5$

### 해설

약수의 개수는  $3^4 \times x$  에서

$(4+1) \times (\square + 1) = 5 \times 2 = 10$  또는  $(9+1) = 10$  이 될 수 있다.  
즉  $x$  가 될 수 있는 수는 3 과 서로소이고 지수가 1 인 수 또는  $3^5$  이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

6. 다음 중 12 와 서로소인 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$12 = 2^2 \times 3$  이므로 5 와 서로소이다.

7. 두 수  $2 \times 3^2$ ,  $3 \times 5^2$  의 최소공배수는?

①  $2^2 \times 5$

②  $2^3 \times 3$

③  $2 \times 3 \times 5$

④  $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤  $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

$2 \times 3^2$ ,  $3 \times 5^2$

최소공배수는  $2 \times 3^2 \times 5^2$  이다.

8. 두 자연수의 최소공배수가 24 일 때, 두 수의 공배수 중 100 이하인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 48

▷ 정답 : 72

▷ 정답 : 96

#### 해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 24 의 배수들 중 100 이하인 수를 찾는다.

9. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m

② 16m

③ 18m

④ 20m

⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을  $x$  라 할 때,

$$48 = x \times \square, 32 = x \times \triangle$$

$x$  는 48과 32의 최대공약수이므로

$$48 = 2^4 \times 3, 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 2^4 = 16 \text{ (m)}$$

10. 가로 길이 16cm, 세로 길이 12cm, 높이 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

① 36cm

② 48cm

③ 72cm

④ 96cm

⑤ 144cm

#### 해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24 의 최소공배수이므로 48cm 이다.

11. 어떤 수를 6 으로 나누었더니 몫이 3 이고 나머지가 3 이었다. 이 수를 5 로 나누었을 때의 몫을  $a$ , 나머지를  $b$  라 할 때,  $a - b$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 수를  $A$  라 하면  $A = 6 \times 3 + 3 = 5 \times 4 + 1$  이므로 몫이 4, 나머지가 1 이다.

따라서  $a - b = 4 - 1 = 3$  이다.

12.  $x = 5^{15} + 1$ ,  $y = 2^{13} + 1$  일 때  $xy$ 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$$

이 때  $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$  이므로

$5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{15} \times 2^{13} &= 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2 \\ &= (5 \times 2)^{13} \times 25 \\ &= 10^{13} \times 25 \end{aligned}$$

따라서  $xy$ 는 15 자리의 수이다.

13.  $x = 5^{27} + 1$ ,  $y = 2^{23} + 1$  일 때  $xy$  는 몇 자리의 수인가?

① 24자리의 수

② 25자리의 수

③ 26자리의 수

④ 27자리의 수

⑤ 28자리의 수

해설

$$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$$

이 때  $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$  이므로  $5^{27} + 2^{23} + 1$  은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{27} \times 2^{23} &= 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4 \\ &= (5 \times 2)^{23} \times 625 \\ &= 10^{23} \times 625 \end{aligned}$$

따라서  $xy$  는 26자리의 수이다.

14. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 13

▷ 정답: 29

▷ 정답: 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

15. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.

② 7 은 소수이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 자연수는 1 , 소수, 합성수로 이루어져 있다.

⑤ 1 은 합성수이다.

해설

③ 2 는 소수이다.

⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

16. 2160 를 소인수분해하면  $a^x \times b^y \times c^z$  이다.  $z < y < x$  일 때,  $a + b + c - (x + y + z)$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$  이므로  $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$  이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

17.  $14 \times \square \times 35$  의 약수의 개수가 36 일 때,  $\square$  안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

( i )  $\square = 2^a$  일 때

$$36 = (5 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) \text{ 이므로}$$

$$\square = 2^4 = 16$$

( ii )  $\square \neq 2^a$  일 때

$$36 = (a + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$  ( i ), ( ii ) 에서 가장 작은 자연수는 9

18. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

19. 다음 중 두 수  $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ ,  $2 \times 3^2 \times 5 \times 11$  의 최대공약수를 구하면?

①  $2 \times 3 \times 5$

②  $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③  $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

④  $2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11$

⑤  $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 되므로  $2 \times 3 \times 5$  이다.

20. 두 수  $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ ,  $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$  의 최대공약수가 280 일 때,  
 $a + b + c$  의 값은?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

최대공약수가  $280 = 2^3 \times 5 \times 7$  이고

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$  에서 2 의 지수가 4이므로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$  에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$  에서 5 의 지수가 2 이므로

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$  에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.

또한,

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$  에서 7 의 지수가 5 이므로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$  에서 7 의 지수가 1이어야 한다.

따라서  $a = 3$ ,  $b = 1$ ,  $c = 1$  이다.

21. 두 수  $2^2 \times 3^2$ ,  $2^2 \times 3 \times 5$  의 공약수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 12

해설

최대공약수는  $2^2 \times 3 = 12$  이므로 두 수의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이다.

22. 두 수  $2^a \times 3^2 \times 5$  와  $2 \times 3 \times 5^b$  의 최소공배수가 360 일 때,  $a \times b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$  이므로,  $a = 3$ ,  $b = 1$  이다.

$$\therefore a \times b = 3 \times 1 = 3$$

23. 300 이하의 자연수 중에서  $2^3$ ,  $2 \times 3^2$ , 24 의 공배수가 아닌 것은?

① 72

② 144

③ 180

④ 216

⑤ 288

해설

$2^3$ ,  $2 \times 3^2$ , 24 의 최소공배수는 72 이므로 보기 중에서 300 이하의 72 의 배수가 아닌 것은 180 이다.

24. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는  $2 \times 3^2 = 18$  ,  
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

**25.** 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

① 3 명

② 4 명

③ 6 명

④ 8 명

⑤ 12 명

해설

어린이 수는  $26 - 2 = 24$ ,  $31 + 5 = 36$  의 최대공약수 12 (명)

26. 122 를 나누면 4 가 부족하고 186 을 나누면 3 이 부족한 수 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 3

② 4

③ 7

④ 9

⑤ 63

해설

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$ ,  $189 = 3^3 \times 7$  이므로

최대공약수는  $3^2 \times 7 = 63$ ,

63 의 약수 중 나머지 4 보다 큰 수는 7, 9, 21, 63

따라서 가장 작은 수는 7이다.

27.  $\frac{24}{n}$  와  $\frac{40}{n}$  을 자연수로 만드는 자연수  $n$  들을 모두 합하면?

① 8

② 12

③ 15

④ 20

⑤ 25

### 해설

$n$  은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.  
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,  
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로  
따라서 합은  $1 + 2 + 4 + 8 = 15$  이다.

28.  $2 \times n$  이 어떤 자연수의 세제곱이고,  $\frac{n}{5}$  이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수  $n$  중에서 가장 작은 것은?

① 100

② 200

③ 300

④ 400

⑤ 500

해설

가장 작은 자연수  $n$  에서  $2 \times n$  이 세제곱이므로  $n$  은 적어도 2가 두 번 곱해져 있고,  $\frac{n}{5}$  이 제곱이므로  $n$  은 5가 세 번 곱해져 있다.

$$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

29. 360의 약수의 개수와  $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$  이므로 약수의 개수가 같기 위해서는  $a = 2$ ,  $b = 1$  또는  $a = 1$ ,  $b = 2$  이다.

$$\therefore a + b = 3$$

30. 최대공약수가  $3 \times x$  인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때,  $x$  의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

#### 해설

두 수의 최대공약수는  $3 \times x$ ,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는  $a \times b$  (단,  $a, b$  는 소수,  $a \neq b$  이다.) 또는  $a^3$  꼴이어야 한다.

따라서  $x$  가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

31. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5, 280 = 2^3 \times 5 \times 7$  이므로 두수의 최대공약수는  $2^3 \times 5 = 40$  이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4이다.

32. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 20

#### 해설

두 자연수를  $a, b$  라 두면,

$a + b = 32$  이고  $a, b$  는 60 의 약수이다.

60 의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 이므로  
더해서 32 가 되는 두 수는 (2, 30), (12, 20) 이다.

하지만 2, 30 의 최소공배수는 30 이므로  
두 자연수는 12, 20 이다.

33. 볼펜 24 개, 연필 72 개, 지우개 48 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 한 학생이 받는 모든 물건의 개수는 총 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:                         개

▷ 정답: 6     개

#### 해설

$24 = 2^3 \times 3$ ,  $72 = 2^3 \times 3^2$ ,  $48 = 2^4 \times 3$  이므로

24, 72, 48 의 최대공약수는  $2^3 \times 3 = 24$

따라서 한 사람이 받는 물건은 볼펜 1 개, 연필 3 자루, 지우개 2 개이므로

총 개수는 6 이다.

34. 가로 길이 54cm, 세로 길이  $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를  $a$ cm, 정육면체의 개수를  $b$ 개라 할 때,  $\frac{b}{a}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

54,  $2 \times 3^2 \times 6$ , 90 의 최대공약수이므로

$$54 = 2 \times 3^3$$

$$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

최대공약수는  $2 \times 3^2 = 18$

$$\therefore a = 18$$

정육면체의 개수는

$$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 90$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$$



36. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴  $A, B, C$  가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴  $A, B, C$  의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각  $a, b, c$  라 할 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

최소공배수는  $2^3 \times 3^2 = 72$

톱니바퀴  $A$  는  $72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$

톱니바퀴  $B$  는  $72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$

톱니바퀴  $C$  는  $72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c$  이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

37. 자연수  $N$  을 15 이하의 2 의 배수로 나누면 나머지는 모두 1 이다.  
이것을 만족하는  $N$  중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

#### 해설

15 이하의 2 의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 이다.  
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 의 최소공배수는 840 이므로 구하는  
수는  $840 \times 2 + 1 = 1681$  이다.

38. 두 자연수  $A, B$  가  $\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$  를 만족하고  $A, B$  최대공약수와 최소공배수의 곱이 150 이다. 이때,  $A, B$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $A = 10$

▷ 정답 :  $B = 15$

해설

$A = 2k, B = 3k$ , 두 수의 최대공약수를  $G$ , 최소공배수를  $L$  이라 하면  $A \times B = L \times G$  이므로

$2k \times 3k = 150, k^2 = 25, k = 5$  이다.

$\therefore A = 10, B = 15$

39. 희정이는 1 과 100 사이의 자연수 중에서  $\frac{1}{3}$  을 곱하여도,  $\frac{1}{8}$  을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

#### 해설

구하는 수를  $a$  라 하면

$\frac{1}{3} \times a = (\text{자연수})$  ,  $\frac{1}{8} \times a = (\text{자연수})$  가 되는  $a$  는 3 과 8 의

공배수이므로,

3 과 8 의 최소공배수는 24

따라서 24, 48, 72, 96 의 4 개

40. 어떤 자연수  $A$  를 두 분수  $\frac{25}{6}$ ,  $\frac{70}{9}$  에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수  $\frac{A}{B}$  를 두 분수  $\frac{25}{6}$ ,  $\frac{70}{9}$  에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은  $A$ , 가장 큰  $B$  를 구하여  $A + B$  를 계산하여라.

- ① 23      ② 25      ③ 27      ④ 33      ⑤ 35

해설

자연수  $A$  는 두 분수  $\frac{25}{6}$ ,  $\frac{70}{9}$  의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.

분수  $\frac{A}{B}$  에서  $B$  는 두 분수  $\frac{25}{6}$ ,  $\frac{70}{9}$  의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.

$A = 18$ ,  $B = 5$  이므로

$A + B = 23$  이다.

41.  $10^n$ 에 가장 가까운 11의 배수 (단,  $n$ 은 자연수)를 작은 순서대로  $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때,  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1111110

### 해설

11의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀  
절댓값이 0 이거나 11의 배수인 수이므로,

$10^n$ 에서 가장 가까운 11의 배수를 차례대로 구해 보면,

$$10 \rightarrow 11,$$

$$10^2 \rightarrow 99,$$

$$10^3 \rightarrow 1001,$$

$$10^4 \rightarrow 9999,$$

$$10^5 \rightarrow 100001,$$

$$10^6 \rightarrow 999999,$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$$

42.  $2^a = 32$ ,  $5^b = 625$  를 만족하는 자연수  $a, b$  에 대하여  $a \times b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$2^5 = 32$ ,  $5^4 = 625$  이므로  $a \times b = 20$  이다.

43. 200 의 소인수들의 합은?

① 6

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$  이므로 소인수는 2, 5 이다.

$$\therefore 2 + 5 = 7$$

44. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

①  $27$

②  $44$

③  $2 \times 3^2$

④  $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤  $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

45.  $\frac{252}{A} = B^2$  을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최대값은?

① 2

② 3

③ 6

④ 8

⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)252} \\ 2 \overline{)126} \\ 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$  이므로  $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$  을 만족하는 B 의 값  
중에서 가장 큰 자연수는  $A = 7$  일 때  $2 \times 3 = 6$  이다.

46. 자연수  $a$  의 약수의 개수를  $[a]$  이라 할 때,  $[x] - [20] = 6$  를 만족하는 가장 작은  $x$  의 값을 구한 것은?

① 42

② 50

③ 60

④ 64

⑤ 72

해설

$$[x] - [20] = 6$$

$20 = 2^2 \times 5$  이므로 약수의 개수는  $3 \times 2 = 6$  (개)이다.

따라서  $[20] = 6$  이므로

$$[x] - 6 = 6$$

$$[x] = 12$$

$$12 = 2 \times 6 \text{ 일 때, } x = 2^5 \times 3 = 96$$

$$12 = 3 \times 2 \times 2 \text{ 일 때, } x = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$12 = 4 \times 3 \text{ 일 때, } x = 2^3 \times 3^2 = 72$$

따라서 가장 작은  $x$  의 값은 60이다.

47.  $a$  가 자연수일 때,  $f(a)$  는  $a$  의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.  
 $x$  는 1 이상이고 150 이하이고,  $f(x) = 3$  일 때,  $x$  의 값의 개수는?

① 6 개

② 5 개

③ 4 개

④ 3 개

⑤ 2 개

해설

$f(x) = 3$  에서 약수의 개수가 3 개인 수는  
(소수)<sup>2</sup> 이므로

150 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는  
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2$  의 5 개

48. 두 자연수  $21 \times x$  와  $15 \times x$  의 공약수가 4 개일 때  $x$  의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$21 \times x = 3 \times 7 \times x, \quad 15 \times x = 3 \times 5 \times x$$

두 수의 최대공약수는  $3 \times x$ ,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는  $a \times b$  (단,  $a, b$  는 소수,  $a \neq b$  ) 또는  $a^3$  꼴이어야 한다.

따라서  $x$  가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

49. 세 자연수의 비가  $2:3:6$  이고 최소공배수가 246 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 246

해설

세 자연수의 비가  $2:3:6$  일 때, 원래의 세 자연수를  $2 \times a, 3 \times a, 6 \times a$  라고 하면

$$\begin{array}{r} a) \overline{2 \times a \quad 3 \times a \quad 6 \times a} \\ 2) \overline{2 \quad 3 \quad 6} \\ 3) \overline{1 \quad 3 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

최소공배수는  $a \times 2 \times 3 = 6 \times a$  이다.

세 수의 최소공배수가 246 이므로  $6 \times a = 246$  이고,  $a = 41$  이다.

따라서 세 자연수는  $2 \times 41 = 82, 3 \times 41 = 123, 6 \times 41 = 246$  이다. 그 중 가장 큰 수는 246이다.

50. 두 수의 합이 24 , 최대공약수가 3 , 최소공배수가 45 일 때, 두 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를  $3 \times a, 3 \times b$  라 두면,  
 $3 \times a + 3 \times b = 24 \rightarrow a + b = 8$  ,  
 $3 \times a \times b = 45 \rightarrow a \times b = 15$  ,  
 $a = 5, b = 3$  이므로 두 수는 15, 9 이다.  
 $\therefore (\text{두 수의 차}) = 15 - 9 = 6$