

1. 63 를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 7×9

② 2^6

③ $3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

2. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

3. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수 :

$$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (x + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 1$$

4. 다음 중 8 과 서로소가 아닌 것은?

① 3

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

6 과 8 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.

5. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$

⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

6. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고

$2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 1$, $b = 2$

7. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수인 것은?

① 5

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 12

해설

공약수는 최대공약수의 약수이다.

⑤ 12 는 24 의 약수이다.

8. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 64 일 때, a 와 b 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

① 192

② 256

③ 294

④ 305

⑤ 320

해설

최소공배수의 배수인 64, 128, 192, 256, 320, ... 중 300 에 가장 가까운 수는 320 이다.

9. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$$2 \times 3^2 \times 5, \quad 2 \times 3 \times 7$$

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
③ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5$, 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
⑤ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : 2×3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \times 3^2 \times 5 \\ 2 \times 3 \quad \times 7 \\ \hline 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630 \end{array}$$

최대공약수 : 2×3

최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

10. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.

11. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

① 20

② 21

③ 33

④ 39

⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.

따라서 n 의 값의 합은 $1 + 2 + 3 + 6 + 9 + 18 = 39$

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{9}\right)^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{7}\right)^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

13. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	데	돈	이	다	심

▶ 답:

▷ 정답: 그래도지구는돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 ‘그래도지구는돈다’이다.

14. 24 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

15. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① 2^{10}

② 2×3

③ $2^2 \times 3^3$

④ 3×5^2

⑤ 13^{11}

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $10 + 1 = 11$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

④ $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

⑤ $11 + 1 = 12$ (개)

16. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7 의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

17. $3 \times \square$, $7 \times \square$, $4 \times \square$ 의 세 자연수의 최소공배수가 1092 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 5

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$\begin{array}{r} \square \overline{) 3 \times \square \quad 7 \times \square \quad 4 \times \square} \\ \quad 3 \quad \quad 7 \quad \quad 4 \end{array}$$

$$\square \times 3 \times 7 \times 4 = 1092$$

$$\square = 13$$

18. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 16 일 때, 100 이하의 A, B 의 공배수의 개수는?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 16 의 배수 중 100 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $100 \div 16 = 6.25$ 따라서 100 보다 작은 자연수의 개수는 6 개이다.

19. 자연수 n 에 대하여 $n + 1$ 은 3 의 배수이고 $n + 4$ 은 7 의 배수일 때, $n + 6$ 을 21 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n + 1$ 은 3 의 배수이므로

값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,

$n + 4$ 은 7 의 배수이므로

값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.

그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는

위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.

$\therefore (n + 6 \text{ 을 } 21 \text{ 로 나눈 나머지}) = 2$

20. 세 변의 길이가 각각 66m, 84m, 78m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루

② 18 그루

③ 24 그루

④ 38 그루

⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는

$$\begin{aligned}(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) &= 11 + 14 + 13 \\ &= 38 \text{ (그루)}\end{aligned}$$

21. 우리 반은 교실 청소는 남학생 15 명이 5 명씩, 특별구역 청소는 여학생 24 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인가?

① 3 주후

② 4 주후

③ 6 주후

④ 12 주후

⑤ 18 주후

해설

남학생은 $15 \div 5 = 3$ (주)마다, 여학생은 $24 \div 6 = 4$ (주)마다 당번이 돌아오므로 3 과 4 의 최소공배수인 12 (주)마다 동시에 청소를 하게 된다.

22. 가로가 15cm , 세로가 18cm 인 타일이 여러 장 있다. 이 타일들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형 모양을 만들려고 한다. 타일은 모두 몇 장 필요한가?

① 15장

② 20장

③ 25장

④ 30장

⑤ 35장

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15 \ 18} \\ \underline{5 \quad 6} \end{array}$$

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 90cm 이고, $5 \times 6 = 30(\text{장})$ 의 타일이 필요하다.

23. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중 가장 작은 세 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 118

해설

구하는 자연수를 x 라 하면 $x+2$ 는 4, 5, 6의 공배수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 $x+2$ 는 60, 120, 180, ... 이다. 따라서 x 는 58, 118, 178, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 118이다.

24. 자연수 A 와 27 의 최대공약수는 9 이고, 최소공배수는 108일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) A \quad 27} \\ a \quad 3 \end{array}$$

A 와 27 의 최소공배수가 108 이므로

$$9 \times a \times 3 = a \times 27 = 108$$

$$a = 108 \div 27 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 9 = 36$$

[별해] 두 자연수 A , B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 27 = 9 \times 108$$

$$\therefore A = 9 \times 108 \div 27 = 36$$

25. 두 자연수 A, B 에 대하여 두 수의 최대공약수를 $A \bullet B$, 두 수의 최소공배수를 $A * B$ 로 나타낼 때, $(80 \bullet 144) * (36 \bullet 126)$ 의 값을 구하면?

① 122

② 138

③ 144

④ 152

⑤ 164

해설

$$80 = 2^4 \times 5, \quad 144 = 2^4 \times 3^2,$$

$$80 \bullet 144 = 2^4,$$

$$36 = 2^2 \times 3^2, \quad 126 = 2 \times 3^2 \times 7,$$

$$36 \bullet 126 = 2 \times 3^2,$$

$$(2^4) * (2 \times 3^2) = 2^4 \times 3^2 = 144$$

26. 서로 다른 세 자연수 30, , 24 의 최대공약수가 6 이고, 최소 공배수가 1080 일 때, 의 최솟값은?

① 36

② 42

③ 48

④ 54

⑤ 108

해설

$$30 = 2 \times 3 \times 5, 24 = 2^3 \times 3$$

$$\text{최대공약수는 } 6 = 2 \times 3,$$

$$\text{최소공배수는 } 1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

$$\therefore \text{ } = 2 \times 3^3 = 54$$

27. 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 68 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개

1부터 100까지의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개

1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개

1부터 100까지의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는

$$20 + 14 - 2 = 32 \text{ 개}$$

따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수의 개수는

$$100 - 32 = 68 \text{ 개}$$

28. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 소수의 약수는 1 과 자기 자신 2 개이다.

② 가장 작은 소수는 2 이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 두 소수의 곱은 소수이다.

⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

해설

㉠ 모든 소수는 홀수이다 → 소수 중 2 는 짝수이다.

㉡ 두 소수의 곱은 소수이다 → 두 소수의 곱은 $2 \times 3 = 6$, $3 \times 5 = 15$ 등으로 합성수이다.

29. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

따라서 $a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$

$$a + b + m + n = 13$$

30. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15

② 18

③ 24

④ 25

⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

31. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

32. 32와 56의 공약수의 개수를 a , 56과 42의 공약수의 개수를 b , 32와 42의 공약수의 개수를 c , 32과 56, 42의 공약수의 개수를 d 라 할 때, $a + b + c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

32, 56의 최대공약수는 2^3 이므로 $a = 4$ 이다.

56, 42의 최대공약수는 2×7 이므로 $b = 4$ 이다.

32, 42의 최대공약수는 2 이므로 $c = 2$ 이다.

32, 56, 42의 최대공약수는 2 이므로, $d = 2$ 이다.

따라서 $a + b + c - d = 4 + 4 + 2 - 2 = 8$ 이다.

33. 두 수 $2 \times 3 \times 5^\square$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^\square \times 3^\square \times 5^2 \times 7^\square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 숫자들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2 \times 3 \times 5^\square$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3^2 \times 5^\square \times 7^2$ 이다.

또, $2 \times 3 \times 5^\square$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^\square \times 3^\square \times 5^2 \times 7^\square$ 이므로 위에서 구한 최소공배수와 비교해 보면 $2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 이다.

따라서 $\square$ 안에 들어가는 수는 차례대로 2, 1, 2, 2 이고, 구하는 값은 8 이다.

34. 세 자연수의 비가 $3 : 5 : 9$ 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 162

해설

세 자연수를 $3 \times x$, $5 \times x$, $9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \overline{3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x} \\ 3) \overline{3 \quad 5 \quad 9} \\ \underline{1 \quad 5 \quad 3} \end{array}$$

$$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

35. 어느 반의 여학생 수는 36 명이고 남학생 수는 45 명이다. 봉사활동을 하기 위해 여학생 a 명과 남학생 b 명씩을 한 조로 나누려고 한다. 이때 되도록 많은 조로 나누어서 나누어진 조의 수를 c 라 할 때, $2a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

c 는 36 과 45 의 최대공약수이므로 $c = 9$,

$$a = 36 \div 9 = 4, b = 45 \div 9 = 5$$

$$\text{따라서 } 2a - b + c = 8 - 5 + 9 = 12$$

36. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54cm, 90cm, 108cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

① 180 개

② 90 개

③ 36 개

④ 24 개

⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90 \text{ (개)}$$

37. 우유 48 개, 빵 62 개, 사과 33 개를 가능한 한 많은 사람에게 같은 개수로 나누어 주려고 한다. 우유는 개수가 맞았고, 빵은 2 개, 사과는 3 개가 남았을 때, 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 23개

해설

48, 60, 30 의 최대공약수는 6 이다.

→ 한 사람당 우유 8 개, 빵 10 개, 사과 5 개씩 받는다.

따라서 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합은 23 개이다.

38. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

① 16 바퀴

② 18 바퀴

③ 20 바퀴

④ 21 바퀴

⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.

같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로

다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

39. 20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 6 이 남는 자연수 중 가장 큰 세 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 986

해설

20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 6 인 수를 k 라고 하면, $(k - 6)$ 은 20 과 28 의 공배수가 됩니다.

따라서 20 과 28 의 공배수 중에서 세 자리의 자연수를 구하고, 거기에 6 을 더하면 됩니다.

20 과 28 의 최소공배수는 140 이므로, 세 자리 수 중 가장 큰 140 의 배수는 $140 \times 7 = 980$ 입니다.

따라서 구하는 수는 $980 + 6 = 986$ 입니다.

40. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A \times \frac{20}{9}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

구하려는 분수를 $A = \frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{20}{9} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 9 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 20 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{25}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 25 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 공배수})}{(20, 25 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 최소공배수})}{(20, 25 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore A = \frac{b}{a} = \frac{36}{5}$$

$$\text{따라서 } A \times \frac{20}{9} = \frac{36}{5} \times \frac{20}{9} = 4 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

41. 바둑돌을 다음과 같이 배열하였다. 왼쪽에서부터 50 번째까지의 빨간 바둑돌은 몇 개인가?



- ① 21 개 ② 23 개 ③ 25 개 ④ 26 개 ⑤ 28 개

해설

빨간 바둑돌은 3 개씩, 파란 바둑돌은 2 개씩, 노란 바둑돌은 1 개씩 반복된다. 따라서 다시 빨간 바둑돌이 다시 배열 될 때까지는 총 6 개의 바둑돌이 필요하다. 따라서 6 개씩 반복된다. $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로 50 번째까지 빨간 바둑돌의 개수는 3 개씩 8 번이 반복되고 2 개가 더 배열된다. 따라서 26 개이다.

42. 200 에 가장 가까운 7 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 203

해설

$7 \times 28 = 196$, $7 \times 29 = 203$ 이므로 200 에 가장 가까운 7 의 배수는 203 이다.

43. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 의 숫자 카드를 사용해 만든 세 자리의 수를 만들 때, 9 의 배수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 765

해설

9 의 배수는 각 자리 수를 모두 더한 값이 9 의 배수이다.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 의 숫자 카드를 사용해 만든 세 자리의 수 중에서,

7 로 시작하면서 각 자리의 수를 모두 더하면 9 의 배수가 되는 수는 765 이다.

∴ 9 의 배수 중 가장 큰 수=765

44. 1 부터 100 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 100$ 에서 2 의 배수의 개수 : 50 개

2^2 의 배수의 개수 : 25 개

2^3 의 배수의 개수 : 12 개

2^4 의 배수의 개수 : 6 개

2^5 의 배수의 개수 : 3 개

2^6 의 배수의 개수 : 1 개이고,

5 의 배수의 개수 : 20 개

5^2 의 배수의 개수 : 4 개이므로

$$\begin{aligned}\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 100 &= 2^{97} \times 5^{24} \times \cdots \\ &= A \times (2 \times 5)^{24}\end{aligned}$$

$$\therefore n = 24$$

45. 90 에 가능한 한 작은 수 a 를 곱하여 어떤 수 b^2 이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
 $2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

$$\therefore a = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$\begin{aligned} 90 \times a &= 2 \times 3^2 \times 5 \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \\ &= (2 \times 3 \times 5)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 30$$

따라서 $a+b = 10 + 30 = 40$ 이다.

46. 4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수를 구하여라.
(단, $x \times y \times z$ 와 $x \times z \times y$ 와 같이 곱하는 순서만 다른 식도 서로 다른 방법이다.)



답:

가지



정답: 12가지

해설

$$4719 = 3 \times 1573 = 3 \times 11 \times 143 = 3 \times 11 \times 11 \times 13$$

따라서,

4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수

i) (3, 11, 13)

3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 $= 3 \times 2 = 6$

ii) (3, 11, 11), (11, 11, 13)

3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 $= 3$

$$3 \times 2 = 6$$

$$\therefore 6 + 6 = 12(\text{가지})$$

47. 2와 5를 소인수로 가지는 어떤 자연수 n 에 대하여 $2n$ 의 약수의 개수는 25개, $5n$ 의 약수의 개수는 24개이다. 이 때, $100n$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

$n = 2^a \times 5^b$ 이라 두면,

$$2n = 2^{a+1} \times 5^b \rightarrow (a+2) \times (b+1) = 25$$

$$5n = 2^a \times 5^{b+1} \rightarrow (a+1) \times (b+2) = 24$$

$$\rightarrow a = 3, b = 4,$$

$$100n = 2^{3+2} \times 5^{4+2},$$

$$\therefore 100n \text{의 약수의 개수} = 6 \times 7 = 42(\text{개})$$

48. 한 자리 소수 a 에 대하여 $a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 8을 곱하였더니 약수의 개수가 2배가 되었다. 이때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

a 는 한 자리 소수 중 하나이므로 2 또는 5이다.

$a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 이다.

$a = 2$ 일 때 2^3 을 곱하면 약수의 개수는

$6 \times 3 \times 3 = 54$ 이므로 $a = 2$ 이다.

49. 1 부터 50 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3 개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로
50 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 의 4 개

50. $\frac{85+x}{210}$ 를 약분하여 기약분수로 만들었더니 분자가 7의 배수였다.
이것을 만족하는 자연수 x 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로,

$\frac{85+x}{210}$ 를 약분하여 기약분수로 만들었더니 분자가 7의 배수였다는 것은,

$85+x = 7^2 \times a$ 의 형태가 된다는 뜻이다.

$\therefore x$ 중 가장 작은 수 = 13