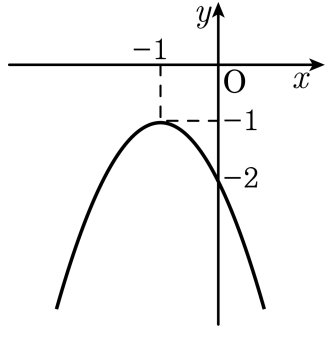


1. 다음 포물선의 함수식을 바르게 나타낸 것은?

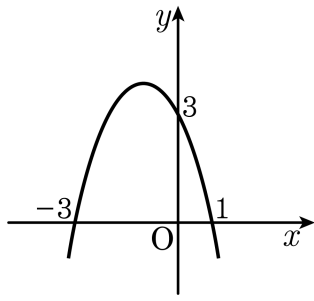


- ① $y = -(x+1)^2 - 1$ ② $y = -(x-1)^2 - 1$
③ $y = -2(x+1)^2 - 2$ ④ $y = -2(x-1)^2 - 1$
⑤ $y = -2(x+1)^2 - 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -1)$ 이고, 지나는 점은 $(0, -2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 - 1$ 에서 지나는 점 $(0, -2)$ 를 대입하면 $-2 = a(0+1)^2 - 1$, $a = -1$ 이다.
따라서 $y = -(x+1)^2 - 1$ 이 된다.

2. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은 얼마인가?



- ① -6 ② -2 ③ 0 ④ 4 ⑤ -4

해설

x 절편이 $-3, 1$ 이므로 $y = a(x + 3)(x - 1)$
 y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면
 $3 = -3a$
 $\therefore a = -1$
따라서 구하는 식은
 $y = -(x + 3)(x - 1) = -x^2 - 2x + 3, b = -2, c = 3$
 $\therefore a + b + c = 0$

3. x 가 정수일 때, $y = 2x^2 - 3x + 6$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 3x + 6 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{39}{8}$$

x 가 정수이므로 $x = 1$ 일 때, 최솟값 5 를 갖는다.

4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 이고 점 $(0, 4)$ 를 지날 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 이므로

$$y = a(x + 2)^2 + 2$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0 + 2)^2 + 2, a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 2$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = 2, c = 4 \quad \therefore abc = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

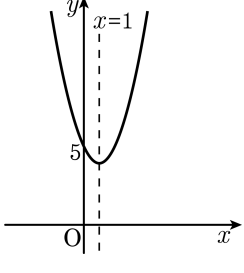
5. 꼭짓점의 좌표가 (1, -2) 인 포물선이 두 점 (2, -3), (m, -6) 을 지날 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것은?

① -1 ② 5 ③ -3 ④ -6 ⑤ -9

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, -2) 이므로
 $y = a(x - 1)^2 - 2$ 이고 점 (2, -3) 을
지나므로 $-3 = a(2 - 1)^2 - 2$
 $a = -1$ 이다.
 $y = -(x - 1)^2 - 2$
점 (m, -6) 을 지나므로
 $-6 = -(m - 1)^2 - 2$
 $\therefore m = 3$ 또는 $m = -1$

6. 다음 그림은 직선 $x = 1$ 을 축으로 하는 이차 함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. b , c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -2$

▷ 정답 : $c = 5$

해설

$y = (x - 1)^2 + q$ 에서 $(0, 5)$ 를 대입하면 $q = 4$ 이다.

$\therefore y = (x - 1)^2 + 4 = x^2 - 2x + 5$

$\therefore b = -2, c = 5$

7. 축의 방정식이 $x = 4$ 이고, 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 지나는 포물선의 y 절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y = a(x - 4)^2 + q$ 에 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a + q = -10, a + q = -4$$

$$\therefore a = -2, q = -2$$

$$y = -2(x - 4)^2 - 2 \text{에 } x = 0 \text{을 대입하면 } y = -34$$

8. 세 점 $(0, 6)$, $(-1, 0)$, $(1, 8)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 2x^2 - 4x + 6$

② $y = 2x^2 + 4x + 6$

③ $y = -2x^2 - 4x + 6$

④ $y = -2x^2 + 4x + 6$

⑤ $y = -2x^2 + 4x - 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하면,

$(0, 6)$ 을 지나므로 $c = 6$

$(-1, 0)$ 을 대입하면 $0 = a - b + 6, a - b = -6$

$(1, 8)$ 을 대입하면 $8 = a + b + 6, a + b = 2$

$\therefore a = -2, b = 4, c = 6$

$\therefore y = -2x^2 + 4x + 6$

9. 세 점 $(0, -8), (1, -5), (3, -5)$ 를 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, -3)$

② $(1, 4)$

③ $(-2, 3)$

④ $(2, -3)$

⑤ $(2, -4)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점을 각각 대입하면

$c = -8, a + b - 8 = -5, 9a + 3b - 8 = -5$

$\therefore a = -1, b = 4, c = -8$

$\therefore y = -x^2 + 4x - 8$

$= -(x - 2)^2 - 4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -4)$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 3), (1, b + 5), (-1, 2a)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

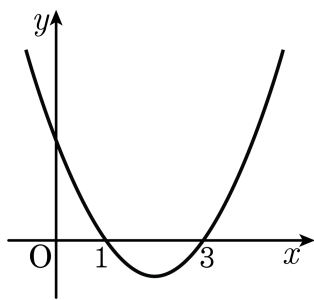
해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$a = 2, b = 1, c = 3$

$\therefore a + b + c = 2 + 1 + 3 = 6$

11. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - ax + 3b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0)$, $(3, 0)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값은?



- ① -5 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

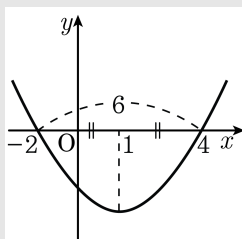
해설

x 절편이 1, 3 이므로
 $y = (x - 1)(x - 3)$
 $y = x^2 - 4x + 3$
 $\therefore a = 4, b = 1$

12. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프는 $x = 1$ 을 축으로 하고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6 이라고 한다. $a + b$ 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설



그림에서 보듯 대칭축이 1 이고 x 축과의 교점 사이의 거리가 6 이므로 x 절편은 -2, 4 이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b = \frac{1}{2}(x+2)(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 \therefore a = -1, b = -4$$

따라서 $a + b = -5$ 이다.

13. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 9$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 8x + 9 \\ &= (x - 4)^2 - 7 \end{aligned}$$

아래로 볼록하므로 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -7 을 갖는다.

14. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$y = x^2 + 4x + 1 = (x + 2)^2 - 3$$

위의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동 시키면

$$y = (x + 2)^2 - 3 + 2 = (x + 2)^2 - 1$$

$\therefore x = -2$ 일 때, 최솟값은 -1 이다.

15. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + k + 2$ 의 최댓값이 0 일 때, k 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 7

해설

$$y = -3x^2 + 6x + k + 2 = -3(x-1)^2 + k + 5$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값이 $k + 5$ 이므로

$$k + 5 = 0 \quad \therefore k = -5$$

16. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + a^2 - \frac{a}{2}$ 의 최솟값이 $\frac{5}{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - \frac{a}{2} = (x + a)^2 - \frac{a}{2}$$

$x = -a$ 일 때, 최솟값이 $-\frac{a}{2}$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = \frac{5}{2} \quad \therefore a = -5$$

17. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4ax$ 의 최솟값이 -8 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 4ax \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 8ax) \\ &= \frac{1}{2}(x + 4a)^2 - 8a^2 \end{aligned}$$

최솟값 $-8a^2 = -8, a^2 = 1$
 $\therefore a = -1 (\because a < 0)$

18. 이차함수 $y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때, 최댓값 3 을 가진다. 이때, ac 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

$y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때,

최댓값 3 이므로

$$y = a(x+6)^2 + 3 = ax^2 + 12ax + 36a + 3$$

$$12a = -6, 36a + 3 = c \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, -18 + 3 = c, c = -15$$

$$\therefore ac = -\frac{1}{2} \times (-15) = \frac{15}{2}$$

19. $x = -1$ 일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점 $(0, 2)$ 를 지나는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -3 ② -5 ③ -7 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$y = a(x + 1)^2 + 5 \text{ 에 } (0, 2) \text{ 를 대입하면 } a = -3$$

$$y = -3(x + 1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2$$

$$\therefore a + b + c = -7$$

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때, 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

모양이 같으므로 $a = -\frac{1}{2}$

꼭짓점에서 최댓값을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$,

따라서 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$

$\therefore a + b + c = -\frac{3}{2}$

21. 축의 방정식이 $x = -2$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최솟값이 -1 일 때, 이 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하면 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$$y = a(x + 2)^2 - 1 = a(x^2 + 4x + 4) - 1$$

$$4a - 1 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4) - 1$$

$$= \frac{1}{4}x^2 + x$$

$$a = \frac{1}{4}, b = 1, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = \frac{5}{4}$$

22. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x+a)^2 + a^2 + 6a$$

$$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$$

따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

23. 이차함수 $y = 2x^2 + 4ax - 4a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = 2x^2 + 4ax - 4a = 2(x + a)^2 - 2a^2 - 4a$$

$$\therefore m = -2a^2 - 4a = -2(a + 1)^2 + 2$$

따라서 m 의 최댓값은 2 이다.

24. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

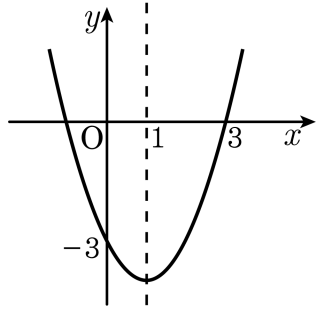
해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2kx + 2k \\ &= -(x^2 - 2kx) + 2k \\ &= -(x - k)^2 + k^2 + 2k \end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } M = k^2 + 2k = (k + 1)^2 - 1$$

따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

25. 다음 그림은 직선 $x = 1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?



- ① -4 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$y = a(x - 1)^2 + q$
 $x = 0$ 일 때, $a + q = -3$ (1)
 $x = 3$ 일 때, $4a + q = 0$ (2)
 (2)에서 (1)을 빼면, $3a = 3$
 $\therefore a = 1, q = -4$
 $y = (x - 1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$
 따라서 $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c = -4$ 이다.