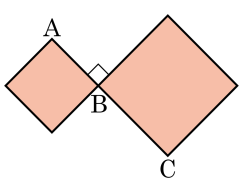
1. 다음 그림에서 두 정사각형의 넓이가 각각 12 , 27 일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하면?



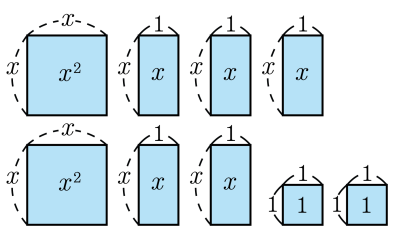
① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{3}$

④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

해설

작은 정사각형 한 변의 길이 $= \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
큰 정사각형 한 변의 길이 $= \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

2. 다음과 같은 대수막대를 모두 이용하여 하나의 큰 직사각형을 만들 때, 그 직사각형의 둘레의 길이를 구하면?



① $2x+1$ ② $3x+5$

③ $5x+10$ ④ $6x+6$

⑤ $6x+20$

해설

$2x^2+5x+2=(2x+1)(x+2)$
따라서 둘레의 길이는 $2\{(2x+1)+(x+2)\}=6x+6$ 이다.

3. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 순환하지 않는 무한소수 ② 분수로 나타낼 수 없는 수

③ 유한소수 ④ 순환소수

⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

4. 다음 등식을 만족하는 상수 m, n 의 값은?

$$x^2 + 6x + m = (x + n)^2$$

① $m = 9, n = 3$ ② $m = 9, n = -3$ ③ $m = 9, n = 6$
④ $m = 3, n = 3$ ⑤ $m = 3, n = -3$

해설

$x^2 + 6x$ 가 완전제곱식이 되려면 $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ 이므로 $m = 9, n = 3$ 이다.

5. 그림에서 두 도형 (가)와 (나)의 넓이는 같다. 도형 (나)의 세로의 길이를 $x+3$ 라고 할 때 가로의 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① 2 ② $x+2$ ③ $x+3$ ④ $x+5$ ⑤ $x+7$

해설

(가)의 넓이는 $(x+5)^2-2^2=(x+5-2)(x+5+2)=(x+3)(x+7)$ 이므로
(나)의 가로의 길이는 $x+7$ 이다.

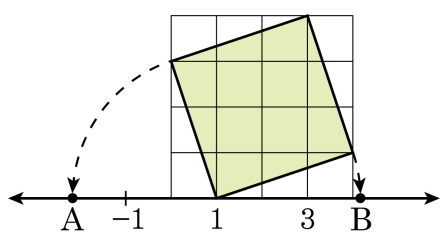
6. $\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360} \rightarrow 14 < x < 120$ $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되려면 $x = 3 \times k^2$ (k는 자연수) 이어 한다.
$k^2 = 9$ 일 때, $x = 3 \times 9 = 27$
$k^2 = 16$ 일 때, $x = 3 \times 16 = 48$
$k^2 = 25$ 일 때, $x = 3 \times 25 = 75$
$k^2 = 36$ 일 때, $x = 3 \times 36 = 108$

7. 다음 중 아래 수직선에서의 점 A , 점 B 의 좌표를 고르면?



① 점 A :$1-\sqrt{10}$, 점 B :$1+\sqrt{10}$

② 점 A :$1+\sqrt{10}$, 점 B :$1-\sqrt{10}$

③ 점 A :$1+\sqrt{10}$, 점 B :$1+\sqrt{10}$

④ 점 A :$-1-\sqrt{10}$, 점 B :$-\sqrt{10}$

⑤ 점 A :$1-\sqrt{10}$, 점 B :$\sqrt{10}$

해설

내부의 기울어진 정사각형의 넓이가 10 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

8. $A = 5\sqrt{2} - 2$, $B = 3\sqrt{2} + 1$, $C = 4\sqrt{3} - 2$ 일 때, 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $A > B > C$ ② $A > C > B$ ③ $B > A > C$

④ $B > C > A$ ⑤ $C > A > B$

해설

$A - B = 2\sqrt{2} - 3 < 0$ 이므로 $A < B$
$A - C = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0$ 이므로 $A > C$
$\therefore B > A > C$ 이다.

9. 삼각형의 넓이가 $5\sqrt{21}$ 이고, 밑변의 길이가 $\sqrt{15}$ 일 때, 높이를 구하면?

① $\sqrt{35}$ ② $2\sqrt{35}$ ③ $3\sqrt{35}$ ④ $4\sqrt{35}$ ⑤ $5\sqrt{35}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{높이}) &= 5\sqrt{21}\times 2\div\sqrt{15}\\ &= \frac{10\sqrt{21}}{\sqrt{15}}\\ &= \frac{10\sqrt{7}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}\\ &= \frac{10\sqrt{35}}{5}\\ &= 2\sqrt{35}\end{aligned}$$

10. $a = \sqrt{5} - 3$ 일 때, $\sqrt{10}a - 2\sqrt{2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{2} - 3\sqrt{10}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{10}(\sqrt{5} - 3) - 2\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} - 3\sqrt{10} - 2\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} - 3\sqrt{10}\end{aligned}$$

11. $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{32}}{\sqrt{6}}$ 의 분모를 유리화하여 간단히 나타낸 것은?

① $\dfrac{\sqrt{2}}{4}+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ ② $\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}+\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

④ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}+\sqrt{32}}{\sqrt{6}} &= \frac{\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sqrt{18}+4\sqrt{12}}{6} \\ &= \frac{3\sqrt{2}+8\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{4\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

12. $\sqrt{3}(3-5\sqrt{2})-5(2\sqrt{6}-\sqrt{3})=a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.)

① -7 ② 7 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

$3\sqrt{3}-5\sqrt{6}-10\sqrt{6}+5\sqrt{3}=8\sqrt{3}-15\sqrt{6}$

$\therefore a+b=8-15=-7$

13. 제곱근표에서 $\sqrt{4.53} = 2.128$, $\sqrt{45.3} = 6.731$ 일 때, 다음 보기 중 제곱근의 값을 바르게 구한 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\sqrt{0.453} = 0.6731$ ㉡ $\sqrt{45300} = 21.28$

㉢ $\sqrt{4530} = 67.31$ ㉣ $\sqrt{0.0453} = 0.06731$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉡ $\sqrt{45300} = 212.8$

㉣ $\sqrt{0.0453} = 0.2128$

14. 제곱근표에서 $\sqrt{4.15} = 2.037$, $\sqrt{41.5} = 6.442$ 일 때, 제곱근의 값을 틀리게 구한 것은?

① $\sqrt{4150} = 64.42$ ② $\sqrt{4150000} = 2037$

③ $\sqrt{41500} = 644.2$ ④ $\sqrt{0.0415} = 0.2037$

⑤ $\sqrt{0.0000415} = 0.006442$

해설

① $\sqrt{4150} = \sqrt{41.5 \times 100}$
$= 10\sqrt{41.5} = 10 \times 6.442$
$= 64.42$

② $\sqrt{4150000} = \sqrt{4.15 \times 1000000}$
$= 1000\sqrt{4.15} = 1000 \times 2.037$
$= 2037$

③ $\sqrt{41500} = \sqrt{4.15 \times 10^4}$
$= 100\sqrt{4.15} = 203.7$

④ $\sqrt{0.0415} = \sqrt{\dfrac{415}{10000}}$
$= \sqrt{\dfrac{4.15}{100}}$
$= \dfrac{\sqrt{4.15}}{10} = \dfrac{2.037}{10}$
$= 0.2037$

⑤ $\sqrt{0.0000415} = \sqrt{\dfrac{415}{10000000}}$
$= \sqrt{\dfrac{41.5}{1000000}}$
$= \dfrac{\sqrt{41.5}}{1000} = \dfrac{6.442}{1000}$
$= 0.006442$

15. $\sqrt{12}$ 의 소수 부분을 a , $2+\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $b-a$ 의 값은?

① $3\sqrt{3}-3$ ② $2-\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}-1$
④ $2\sqrt{3}-2$ ⑤ $1-\sqrt{3}$

해설

$3 < \sqrt{12} < 4$ 이므로 $\sqrt{12}$ 의 정수 부분은 3, 소수 부분은 $a = \sqrt{12}-3$
$1 < \sqrt{3} < 2$ 이고 $3 < 2+\sqrt{3} < 4$ 이므로
$2+\sqrt{3}$ 의 정수 부분은 3, 소수 부분 $b = \sqrt{3}-1$
$\therefore b-a = \left(\sqrt{3}-1\right) - \left(\sqrt{12}-3\right)$
$= \sqrt{3}-1-2\sqrt{3}+3 = 2-\sqrt{3}$

16. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $3(a-\sqrt{7})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$2 < \sqrt{7} < 3$ 이므로 $a = \sqrt{7} - 2$

$3(a-\sqrt{7}) = 3(\sqrt{7}-2-\sqrt{7}) = -6$

17. 다음 다항식을 인수분해한 것 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $2x^2 - x - 6 = (2x + 3)(x - 2)$

② $2x^2 - xy - 3x - y^2 + 3y = (2x + y - 3)(x - y)$

③ $x^2 + 4xy + 4y^2 = (x + 2y)^2$

④ $9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2$

⑤ $9x^2 + 25y^2 = (3x + 5y)(3x - 5y)$

해설

⑤ $9x^2 + 25y^2 = (3x + 5y)^2 - 30xy$

18. $x - xy^2 - y + y^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① $y + 1$ ② $y - 1$ ③ $x + y$ ④ $x - y$ ⑤ $y - x$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x\left(1 - y^2\right) - y\left(1 - y^2\right) \\ &= (x - y)\left(1 - y^2\right) \\ &= (x - y)(1 + y)(1 - y)\end{aligned}$$

② $y - 1 = -(1 - y)$

⑤ $y - x = -(x - y)$

19. $(x-y)(x-y+6)+9$ 를 인수분해한 것으로 올바른 것은?

① $(x+y+3)^2$ ② $(x-y+3)^2$ ③ $(x+y-3)^2$

④ $(x-y-3)^2$ ⑤ $(x+y+4)^2$

해설

$x-y=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(x-y)(x-y+6)+9 &= A(A+6)+9\\ &= A^2+6A+9\\ &= (A+3)^2\\ &= (x-y+3)^2\end{aligned}$$

20. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+k$ 가 완전제곱식이 되도록 상수 k 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$(x-1)(x-7)(x-3)(x-5)+k$
$=(x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+k$
$x^2-8x=A$ 로 놓으면,
$(A+7)(A+15)+k$
$=A^2+22A+105+k=(A+11)^2$
$\therefore 105+k=11^2=121$
$\therefore\ k=16$

21. $xy-3y+x-3$ 을 인수분해하면 $(ax+b)(my+n)$ 일 때, $a+b+m+n$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 0 ④ −1 ⑤ −2

해설

$y(x-3)+(x-3)=(x-3)(y+1)$

$\therefore\ a+b+m+n=1-3+1+1=0$

22. $x^2-4xy+4y^2-z^2$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 고르면? (단, $a>0, b>0$)

① $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

② $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

③ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

④ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

⑤ $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

해설

$x^2-4xy+4y^2-z^2$
$=(x-2y)^2-z^2 \Rightarrow a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
$=(x-2y+z)(x-2y-z) \Rightarrow a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

23. $x^4 - 5x^2 + 4$의 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x+2$ ③ $x+1$ ④ $x-2$ ⑤ $x-4$

해설

$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$
$= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$

24. $x=-1+\sqrt{3}$ 일 때, $4x^2+8x+4$ 의 값을 구하면?

① 10　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$x+1=\sqrt{3}$ 이므로

$4x^2+8x+4=4(x^2+2x+1)$

$=4(x+1)^2$

$=4(\sqrt{3})^2$

$=12$

25. $x = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 6x + 6$ 의 값을 구하여라.

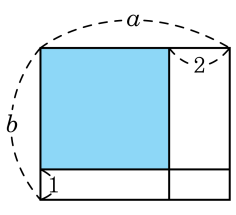
▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x - 3 = \sqrt{3}$
양변에 제곱하면
$x^2 - 6x + 9 = 3$
$x^2 - 6x + 6 = 0$

26. 다음 도형의 색칠한 부분의 넓이를 나타낸 것이 아닌 것은?



① $(a-2)(b-1)$

② $a(b-1)-2(b-1)$

③ $ab+2$

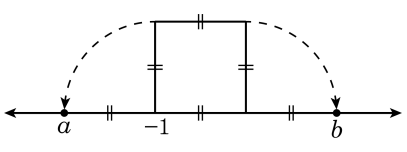
④ $b(a-2)-(a-2)$

⑤ $ab-2b-a+2$

해설

색칠한 부분의 넓이: $(a-2)(b-1)$
② $a(b-1)-2(b-1)=(a-2)(b-1)$
③ $ab+2$
④ $b(a-2)-(a-2)=(a-2)(b-1)$
⑤ $ab-2b-a+2=a(b-1)-2(b-1)=(a-2)(b-1)$

27. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3 인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.

② b 에 대응하는 실수는 $-1+2\sqrt{3}$ 이다.

③ $\dfrac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.

④ a 에 대응하는 실수는 $-1-\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$이다.

해설

넓이가 3 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$a=-1-\sqrt{3}$, $b=-1+2\sqrt{3}$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{-1+2\sqrt{3}-(-1-\sqrt{3})\right\}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

28. $\sqrt{x} = a-1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\sqrt{x} = a-1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a-1)^2$

$\sqrt{a^2+2a+1} + \sqrt{a^2-6a+9}$

$= \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$

$= |a+1| + |a-3|$

$= a+1-a+3 = 4$

29. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x	x
x	1	1
x	1	1

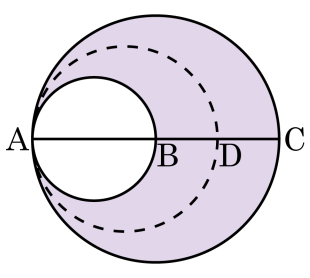
▶ 답:

▷ 정답: $x+2$

해설

총 넓이는 x^2+4x+4
$x^2+4x+4=(x+2)^2$
따라서 한 변의 길이는 $(x+2)$

30. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



① $2\pi xy$ ② πxy ③ $2\pi x^2 y$

④ πxy^2 ⑤ $\pi\left(2x^2 + y\right)$

해설

$\overline{AC} = 2x + y$, $\overline{AB} = 2x - y$

따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi\left(\frac{2x+y}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{2x-y}{2}\right)^2 = 2\pi xy$

31. $(x-2)\,x^2-3\,(x-2)\,x-10\,(x-2)$ 를 인수분해하면?

① $(x-2)\,(x-5)\,(x+2)$ ② $(x-2)\,(x+5)\,(x+2)$

③ $(x-2)\,(x-5)\,(x+3)$ ④ $(x-2)\,(x+5)\,(x-2)$

⑤ $(x-2)\,(x+5)\,(x-3)$

해설

$A=x-2$ 로 치환하면

$(x-2)\,x^2-3\,(x-2)\,x-10\,(x-2)$

$=Ax^2-3Ax-10A$

$=A(x^2-3x-10)$

$=A(x-5)(x+2)$

$=(x-2)(x-5)(x+2)$

32. $a = \sqrt{3}+2$ 일 때, $3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$ 의 값은?

① $41 - 22\sqrt{3}$ ② $22 + 41\sqrt{3}$ ③ $22 - 41\sqrt{3}$

④ $22\sqrt{3} - 41$ ⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$a+2 = t$ 로 치환하면

$3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$

$= 3t^2 - 2t - 8$

$= (t-2)(3t+4)$

$= (a+2-2)\{3(a+2)+4\} = a(3a+10)$

$= (\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}+16)$

$= 41 + 22\sqrt{3}$

33. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

① $\sqrt{xy}$　② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$　③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$

④ $\sqrt{-x^2y}$　⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1$, $\frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

34. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$	㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$
㉣ $-(\sqrt{-y})^2$	㉤ $-\sqrt{(y-3)^2}$	㉥ $\sqrt{(x-1)^2}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉤

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉥

▷ 정답: ㉠

해설

㉠ : $3-x$, $4 < 3-x < 5$
㉡ : $x-3$, $-5 < x-3 < -4$
㉢ : $-y-1$, $0 < -y-1 < 1$
㉣ : y, $-2 < y < -1$
㉤ : $y-3$, $-5 < y-3 < -4$
㉥ : $-x+1$, $2 < -x+1 < 3$
㉡, ㉤ 에서 $x < y$이므로 $x-3 < y-3$

35. $2 < \sqrt{a+2b} < 3$ 을 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, a, b 는 자연수, $a \neq b$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

$2 < \sqrt{a+2b} < 3$, $\sqrt{4} < \sqrt{a+2b} < \sqrt{9}$
$a+2b = 5$, 6 , 7 , 8
$(a,\ b) = (1,\ 2)$, $(3,\ 1)$, $(4,\ 1)$, $(1,\ 3)$, $(3,\ 2)$,
$(5,\ 1)$, $(2,\ 3)$, $(4,\ 2)$, $(6,\ 1)$
따라서 9 개이다.

36. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.

㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.

㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.

㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.

㉤ $x + y$, $x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ (유리수) ± (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3}$ $\therefore y \neq x - \sqrt{3}$

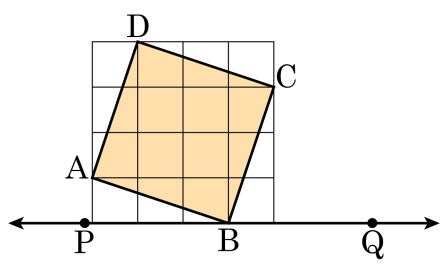
㉡ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수

㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \frac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.

㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0, 0)$ 을 지나므로 $x = 0$, $y = 0$: 유리수

㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$이면 $x+y = 1+\sqrt{3}$으로 무리수, $x-y = 1-\sqrt{3}$으로 무리수, 하지만 x는 유리수

37. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{PB}$, $\overline{CB} = \overline{QB}$일 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하여라. (단, 모눈 한 칸의 길이는 1 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$

해설

$\overline{BC}$를 대각선으로 하는 직사각형에서 $\overline{BC}$를 빗변으로 하는 색칠하지 않은 부분의 삼각형의 넓이는 가로 1 , 세로 3인 직사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$이다.

따라서 $\square ABCD = 4 \times 4 - \frac{3}{2} \times 4 = 10$이다.

$\square ABCD$는 정사각형이므로

$\overline{BC}^2 = 10$, $\therefore \overline{BC} = \sqrt{10}$

$\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{10}$ 이므로 $\overline{PQ} = 2\sqrt{10}$이다.

38. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$\sqrt{a+b},\ \sqrt{a}+\sqrt{b},\ \sqrt{\sqrt{ab}}$

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

해설

$A=\sqrt{a+b},\ B=\sqrt{a}+\sqrt{b},\ C=\sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
A, B, C 도 양수이므로 각각을 제곱하면
$A^2=(\sqrt{a+b})^2=a+b$
$B^2=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}$
$C^2=(\sqrt{\sqrt{ab}})^2=\sqrt{ab}$
이 때, $B^2-A^2=2\sqrt{ab}>0(\because a>0,\ b>0)$ 이므로 $B>A$
또한, $B^2-C^2=a+b+\sqrt{ab}>0$ 이므로 $B>C$
따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 이다.

39. 넓이가 7π인 원을 지면에 수직으로 세워서 네 바퀴 돌렸을 때, 지면과 접하고 있던 원 위의 한 점 A가 다시 지면과 접하고 있었다. 이때 점 A는 원래의 위치에서 얼마나 떨어져 있는지 구하여라.

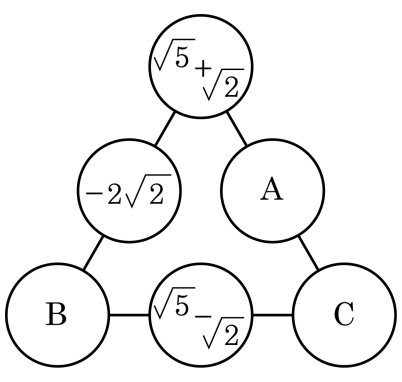
▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{7}\pi$

해설

넓이가 7π 이므로 원의 반지름의 길이를 r라 하면
$\pi r^2 = 7\pi \therefore r = \sqrt{7}$
이때, 원을 네 바퀴 굴렸으므로
(원 위의 한 점 A가 원래의 위치로부터 떨어진 거리)
= (원의 둘레의 길이) $\times 4$
$= 2\pi \times \sqrt{7} \times 4$
$= 8\sqrt{7}\pi$

40. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A-B+C$의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $-2\sqrt{2}$

해설

$B-2\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{2}=B+C+\sqrt{5}-\sqrt{2}$에서
$\therefore\ C=0$
$\sqrt{5}+\sqrt{2}+A=\sqrt{5}-\sqrt{2}+B$에서
$\therefore\ A-B=-2\sqrt{2}$
$\therefore\ A-B+C=-2\sqrt{2}$

41. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$이고 유리수 a, b에 대하여 $bx + ay = x + 2y$를 만족할 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = 2$

해설

주어진 식에 x, y를 각각 대입하면
$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$
양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면
$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$
$\therefore a = 2,\ b = 1$
$\therefore ab = 2$

42. $\sqrt{\frac{2x}{k}}$ 의 정수 부분을 a 라고 할 때, $a=5$ 를 만족하는 x 의 개수가 11 개이다. 자연수 k 의 값을 구하여라. (단, $\frac{2x}{k}$ 는 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: $k=2$

해설

$5 \le a < 6$ 이므로 $5 \le \sqrt{\frac{2x}{k}} < 6$

$25 \le \frac{2x}{k} < 36$

$\frac{25}{2}k \le x < \frac{36}{2}k$

이를 만족하는 x 의 개수가 11 개이므로,

$\frac{36}{2}k - \frac{25}{2}k = 11$

$(36-25)k = 22$

$\therefore\ k=2$

43. $x^4+Ax^3+x^2+Bx+1$ 이 x^2-3x+2 로 나누어떨어질 때, $A-B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A-B=-2$

해설

$x^4+Ax^3+x^2+Bx+1$

$=(x^2-3x+2)(x^2+ax+b)$

$=x^4+(a-3)x^3+(b-3a)x^2+(-3b+2a)x+2b$

$2b=1,\ \therefore b=\frac{1}{2}$

$b-3a+2=1,\ \therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore A=a-3=\frac{1}{2}-3=-\frac{5}{2}$

$\therefore B=-3b+2a=(-3)\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$

$\therefore A-B=-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=-2$

해설

$f(x)=x^4+Ax^3+x^2+Bx+1$ 이라 하면

$f(x)=(x^2-3x+2)Q(x)$ 라 쓸 수 있다.

$f(1)=1+A+1+B+1=0$

$f(2)=16+8A+4+2B+1=0$

$A=-\frac{5}{2},\ B=-\frac{1}{2}$

$\therefore A-B=-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=-2$

44. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x-1)+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p=16$

해설

$(x+1)(x+3)(x+5)(x-1)+p$
$=(x^2+4x+3)(x^2+4x-5)+p$
$x^2+4x=A$ 로 치환하면
$(A+3)(A-5)+p=A^2-2A-15+p=(A-1)^2$
$-15+p=1$
$\therefore\ p=16$

45. 다항식 $a^2x+1-x-a^2$ 을 인수분해하였을 때, 다음 <보기> 중 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

<보기>

㉠ $x+1$	㉡ $a+1$
㉢ x^2+1	㉣ $a-1$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

(준식) $=a^2x-a^2-x+1$
$=a^2(x-1)-(x-1)$
$=(a^2-1)(x-1)$
$=(a+1)(a-1)(x-1)$

46. $\left(1-\frac{1}{6^2}\right)\left(1-\frac{1}{7^2}\right)\left(1-\frac{1}{8^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{14^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{15^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{9}$

해설

$1-\frac{1}{a^2}=\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{a}\right)$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식})&=\frac{5}{6}\times\frac{7}{6}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{7}\times\cdots\times\frac{14}{15}\times\frac{16}{15}\\&=\frac{5}{6}\times\frac{16}{15}=\frac{8}{9}\end{aligned}$$

47. 다항식 $x^4 - 3x^2 + 1$이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$로 인수분해 될 때, $a + b + c + d$의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x^2 = X$로 치환하면

$$\begin{aligned} x^4 - 3x^2 + 1 &= X^2 - 3X + 1 \\ &= X^2 - 2X + 1 - X \\ &= (X-1)^2 - X \\ &= (x^2-1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 - 1 - x)(x^2 - 1 + x) \\ &= (x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) \text{이므로} \end{aligned}$$

$a = -1,\ b = -1,\ c = 1,\ d = -1$이거나

$a = 1,\ b = -1,\ c = -1,\ d = -1$

$\therefore a + b + c + d = -2$

48. $x=-3+\sqrt{5}$, $y=3+\sqrt{5}$ 일 때 $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{2}$

해설

$y-x=3+\sqrt{5}-(-3+\sqrt{5})$
$=3+\sqrt{5}+3-\sqrt{5}=6$

$xy=(-3+\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$
$=(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)$
$=5-9=-4$

$\therefore \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{y-x}{xy}=\frac{6}{-4}=-\frac{3}{2}$

49. $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$, $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $x^4-x^2-y^4+y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-20\sqrt{2}$

해설

$x=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$, $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ 에서

$x=\sqrt{2}-1$, $y=\sqrt{2}+1$

$\therefore x^4-x^2-y^4+y^2$

$=x^4-y^4-(x^2-y^2)$

$=(x^2-y^2)(x^2+y^2)-(x^2-y^2)$

$=(x^2-y^2)(x^2+y^2-1)$

$=\left\{(\sqrt{2}-1)^2-(\sqrt{2}+1)^2\right\}$

$\left\{(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{2}+1)^2-1\right\}$

$=(-4\sqrt{2})\times 5$

$=-20\sqrt{2}$

50. 밑면의 가로와 세로가 각각 $3x-1$, $x-2y$ 인 직육면체의 부피가 $3x^3-7x^2-6x^2y+2x+14xy-4y$ 이다. 이때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x-2$　② $x-1$　③ $x+1$
④ $x+2$　⑤ $2x+1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면
(준식)
$= -2y\left(3x^2-7x+2\right)+3x^3-7x^2+2x$
$= -2y\left(3x^2-7x+2\right)+x\left(3x^2-7x+2\right)$
$= (x-2y)\left(3x^2-7x+2\right)$
$= (x-2y)(3x-1)(x-2)$
따라서 높이는 $x-2$ 이다.