

1. 이차방정식 $x(x+5) = 2x$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$$x(x+5) = 2x, x^2 + 5x - 2x = 0$$

$$x^2 + 3x = 0, x(x+3) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -3$$

2. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A - B$ 의 값은?

① -14

② 14

③ 20

④ -20

⑤ 17

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ 이므로 } A = 3, B = 17$$

$$\therefore A - B = -14$$

3. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$

② $0.1x^2 - 0.2x - 0.3 = 0 \rightarrow x = -1$ 또는 $x = 3$

③ $0.1x^2 - \frac{1}{5}x - 1 = 0 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 5$

④ $0.2x^2 - 0.3x - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

⑤ $x^2 - 0.5x - 0.1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{20}$

해설

③양변에 10 을 곱하면

$$x^2 - 2x - 10 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{11}$$

④양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, (x-2)(2x+1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 12x + 3 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$x^2 - 12x + 3 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (-6)^2 - 1 \times 3 = 36 - 3 > 0$$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

5. 이차방정식 $x^2+8x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2+ax-4a=0$ 의 근을 구하면?

① $x=4$ (중근)

② $x=6$ (중근)

③ $x=8$ (중근)

④ $x=2$ 또는 $x=8$

⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4^2 + a = 0, a = -16$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x-8)^2 = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{중근})$$

6. 이차방정식 $x^2 + 2x + a + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

① $a < -1$

② $a < -2$

③ $a > -1$

④ $a > -2$

⑤ $a > -3$

해설

$$D = 4 - 4(a + 3) = 4 - 4a - 12 > 0$$

$$-4a > 8$$

$$\therefore a < -2$$

7. 다음 중 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 과 같은 것은?

① $x - 2 = 0$ 또는 $x + 6 = 0$

② $x + 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$

③ $x - 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$

④ $x + 3 = 0$ 또는 $x - 4 = 0$

⑤ $x + 3 = 0$ 또는 $x + 4 = 0$

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 6 = 0$$

8. 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-2 \pm \sqrt{6}$ 일 때, $b + c$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x + 2 = \pm \sqrt{6}$$

양변을 제곱하면 $(x + 2)^2 = 6$

$$x^2 + 4x + 4 = 6, \quad x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$\therefore b = 4, \quad c = -2$$

$$\therefore b + c = 2$$

9. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 23

⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9}$$

$$\therefore A = 10$$

10. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4(x - 3) = 2.1$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$

② $x = \frac{2 \pm 4\sqrt{2}}{3}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{33}}{3}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{34}}{3}$

⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{35}}{3}$

해설

양변에 10 을 곱하면

$$3x^2 - 4(x - 3) = 21$$

$$3x^2 - 4x - 9 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$$

11. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 0$

㉡ $x^2 = 8x$

㉢ $x^2 + 4x = x - 3$

㉣ $(x-2)^2 = 25$

㉤ $(x+1)^2 + 4 = x^2$

㉥ $(x+1)(x-4) = x^2(x+2)$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉤, ㉥

⑤ ㉡, ㉥

해설

㉤ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$

$2x + 5 = 0$: 일차방정식

㉥ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$

$x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

12. x 의 값의 범위가 $\{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$ 이고, x 는 정수일 때, 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해를 a, b 라 하고, $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 해를 m, n 이라 할 때, $ab - (m + n)$ 을 구하면?

① 3

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

x 에 0, 1, 2, 3, 4를 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 2, 3이므로 $ab = 6$ 이다. $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 1, 2이므로 $m + n = 3$ 이다.

따라서 $ab - (m + n) = 6 - 3 = 3$ 이다.

13. x 값의 범위가 $0 \leq x < 2$ 일 때, 이차방정식 $2x^2 - 7x + 6 = 0$ 을 만족시키는 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$2x^2 - 7x + 6 = (2x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = \frac{3}{2}, x = 2$$

x 의 범위가 $0 \leq x < 2$ 이므로 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 + ax - 2 = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 이고, $x^2 + 3x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 + ax - 2 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4 - 2a - 2 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$x^2 + 3x + b = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면,

$$1 - 3 + b = 0 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore ab = 2$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에

$x = 2$ 를 대입하면 $4 + 2a + b = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$x = -3$ 을 대입하면 $9 - 3a + b = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 를 연립하여 풀면 $a = 1$, $b = -6$

$\therefore a + b = -5$

16. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 - 2x + a = 4 + 4 + a = 0 \quad \therefore a = -8$$

$$x^2 + bx - 6 = 4 - 2b - 6 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore ab = (-8) \times (-1) = 8$$

17. 이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $p^2 - \frac{14}{3}p$ 의 값은?

① $\frac{5}{3}$

② $\frac{8}{3}$

③ $-\frac{8}{3}$

④ $-\frac{5}{3}$

⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 에 $x = p$ 를 대입하면,
 $3p^2 - 14p + 8 = 0$, $-8 = 3p^2 - 14p$

따라서 $p^2 - \frac{14}{3}p = -\frac{8}{3}$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값과 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 의 다른 한 근의 값을 b 라 할 때, $a + 8b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

작은 근은 $x = -1$ 이므로 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 에 대입하면

$$a - 5 - 3 = 0, a = 8$$

$$8x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{8} \text{ 또는 } x = -1$$

$$\text{따라서 다른 한 근 } b = \frac{3}{8}$$

$$\text{따라서 } a + 8b = 8 + 8 \times \frac{3}{8} = 11$$

19. 두 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$, $3x^2 - bx + 6 = 0$ 의 공통인 해가 $x = 3$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

공통인 해가 $x = 3$ 이므로

$x = 3$ 은 $x^2 + x + a = 0$, $3x^2 - bx + 6 = 0$ 의 근이다.

$x = 3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$9 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -12$$

$$27 - 3b + 6 = 0 \quad \therefore b = 11$$

$$\text{따라서 } a + b = -12 + 11 = -1$$

20. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값은?

① -25

② -10

③ 1

④ 10

⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0 \quad \therefore a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore ab = 5 \times 2 = 10$$

21. 이차방정식 $(x-3)(2x-5) = 5x-4$ 를 $(x-p)^2 = k$ 의 꼴로 나타낼 때, $k-p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$(x-3)(2x-5) = 5x-4$$

$$2x^2 - 11x + 15 - 5x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 16x + 19 = 0$$

$$2(x^2 - 8x + 16) = -19 + 32$$

$$2(x-4)^2 = 13$$

$$(x-4)^2 = \frac{13}{2}$$

$$\therefore k = \frac{13}{2}, p = 4$$

$$\therefore k - p = \frac{13}{2} - 4 = \frac{5}{2}$$

22. 이차방정식 $x^2 + 5x - 9 = 0$ 을 $(x + P)^2 = Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P + 2Q$ 의 값을 구하면?

① -33

② -12

③ -4

④ 0

⑤ 33

해설

$$x^2 + 5x - 9 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P = \frac{5}{2}, Q = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P + 2Q = \frac{5}{2} + \frac{61}{2} = 33$$

23. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} = -\frac{c}{a} + \text{①}$$

$$(x + \text{②})^2 = \text{③}$$

$$x = \text{④} \pm \text{⑤}$$

$$\text{①} \quad \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\text{④} \quad -\frac{b}{2a}$$

$$\text{②} \quad \frac{b}{2a}$$

$$\text{⑤} \quad \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{③} \quad \frac{b^2 - 4ac}{2a}$$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow$ 양변을 a 로 나눈다.

$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow$ 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore$ ③이 잘못되었다.

24. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$\therefore$ ⑤가 잘못 되었다.

25. 이차방정식 $4x^2 - 7x - A = 0$ 의 해가 $x = \frac{7 \pm \sqrt{129}}{B}$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 16A}}{8} = \frac{7 \pm \sqrt{129}}{B} \text{ 에서}$$

$$A = 5, B = 8$$

$$\therefore A - B = 5 - 8 = -3$$

26. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-4) + 3x^2 - 16x + 15 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{3x^2 - 16x + 15}{x-4} \\ &= \frac{(x-4)(3x-4) - 1}{x-4} \\ &= 3x - 4 - \frac{1}{x-4} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-4 = \pm 1$ 이다.

$x = 3$ 또는 $x = 5$ 이므로

(i) $x = 3$ 일 때, $a = 6$

(ii) $x = 5$ 일 때, $a = 10$ 이다.

27. 이차방정식 $x - \frac{x^2 + 1}{2} = 0.4(x - 1)$ 의 두 근의 곱은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{6}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$10x - 5x^2 - 5 = 4(x - 1)$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 5}}{-5} = \frac{-3 \pm 2}{-5}$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{두 근의 곱} : \frac{1}{5}$$

28. 이차방정식 $2x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 p 라 하면 $n < p < n + 1$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2x^2 + 5x - 2 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

따라서 $p = \frac{-5 - \sqrt{41}}{4}$

$$6 < \sqrt{41} < 7$$

$$-7 < -\sqrt{41} < -6$$

$$-12 < -5 - \sqrt{41} < -11$$

$$-3 < \frac{-5 - \sqrt{41}}{4} < -\frac{11}{4} \text{ 이므로 } n = -3 \text{ 이다.}$$

29. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근 중 큰 근을 p 라 하면 $n-1 < p < n$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x^2 - 3x - 5 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{69}}{6}$$

따라서 $p = \frac{3 + \sqrt{69}}{6}$

$$8 < \sqrt{69} < 9$$

$$11 < 3 + \sqrt{69} < 12$$

$$\frac{11}{6} < \frac{3 + \sqrt{69}}{6} < 2 \text{ 이므로 } n = 2 \text{ 이다.}$$

30. 이차방정식 $\frac{(x+1)(x-1)}{2} = \frac{(x+2)(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 큰 근을 α 라고 할 때, $\frac{\alpha}{7}$ 의 값은?

- ① 5 ② 1 ③ $-\frac{1}{7}$ ④ -5 ⑤ -1

해설

$$\text{양변에 6을 곱하면 } 3(x^2 - 1) = 2(x^2 + 3x + 2)$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x - 7)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\alpha = 7 \text{ 이므로 } \frac{\alpha}{7} = 1$$

31. 이차방정식 $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 1$ 의 두 근의 합은?

① $-\frac{5}{3}$

② -2

③ $-\frac{7}{3}$

④ $-\frac{8}{3}$

⑤ -3

해설

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{1}{3} - 1 = 0$$

양변에 6을 곱하면 $3x^2 + 5x - 8 = 0$ 이다.

$$(3x + 8)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -\frac{8}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

32. 이차방정식 $(x+1)(x-3) - \frac{x^2+1}{4} = 3(x-1)$ 의 근은?

① $x = 0$ 또는 $x = \frac{20}{3}$

② $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{53}}{6}$

③ $x = \frac{10 \pm 2\sqrt{53}}{3}$

④ $x = \frac{5 \pm \sqrt{103}}{6}$

⑤ $x = \frac{10 \pm \sqrt{103}}{3}$

해설

$$(x^2 - 2x - 3) - \frac{x^2 + 1}{4} = 3x - 3$$

$$4x^2 - 20x - x^2 - 1 = 0$$

$$3x^2 - 20x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{10 \pm \sqrt{103}}{3}$$

33. 두 방정식 $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$, $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$ 에 대해 공통근은?

① $-\frac{1}{5}$

② -3

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 2

해설

i) $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(5x + 1)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

ii) $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -3$$

따라서 공통근은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

34. 두 방정식 $0.1x^2 - 0.4x - 0.5 = 0$, $\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{10} = 0$ 의 공통근은?

① $-\frac{1}{5}$

② -3

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ -1

해설

i) $0.1x^2 - 0.4x - 0.5 = 0$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

ii) $\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$(2x+3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

따라서 공통근은 $x = -1$ 이다.

35. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - x + \frac{5}{9} = 0$ 의 근이 $\alpha = \frac{m \pm \sqrt{n}}{6}$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

① 13

② 21

③ 30

④ 35

⑤ 41

해설

양변에 9 를 곱하면 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 이다.

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 60}}{6} = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{6}$$

$$\therefore m = 9, n = 21$$

$$\therefore m + n = 9 + 21 = 30$$

36. 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{5}{6} = 0$ 의 두 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ 이다. 이 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 38

② -41

③ 30

④ -15

⑤ 24

해설

양변에 6 을 곱하면 $3x^2 + 14x + 5 = 0$

근의 짝수공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 15}}{3} = \frac{-7 \pm \sqrt{34}}{3}$$

$$\therefore a = -7, b = 34, c = 3$$

$$\therefore a + b - c = -7 + 34 - 3 = 24$$

37. 이차방정식 $\frac{(x-2)(x+1)}{2} = \frac{x(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, α^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 6을 곱하여 정리하면

$$3(x-2)(x+1) = 2x(x+1)$$

$$3(x^2 - x - 2) = 2x^2 + 2x$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 이므로 } \alpha^2 = 1$$

38. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?

① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

③ $x = 4$ 또는 $x = -3$

④ $x = -4$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$$10(x-1) = 6(x+1)(x-3)$$

$$10x - 10 = 6x^2 - 12x - 18$$

$$6x^2 - 22x - 8 = 0$$

$$2(3x^2 - 11x - 4) = 0$$

$$(3x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

39. 이차방정식 $0.5(x-2)(x+1) = \frac{x(x-9)}{4}$ 의 모든 근의 곱은?

- ① 4 ② $\frac{4}{3}$ ③ -4 ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ -2

해설

양변에 4를 곱하면 $2(x-2)(x+1) = x(x-9)$ 이다.

$$2(x^2 - x - 2) = x^2 - 9x$$

$$x^2 + 7x - 4 = 0$$

근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 16}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{65}}{2}$$

따라서 두 근의 곱은 -4이다.

40. $4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = Ax - 3$ 의 근이 $x = \frac{2 \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $\frac{A}{B}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$4\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = Ax - 3$$

$$4x^2 - 1 = Ax - 3$$

$$4x^2 - Ax + 2 = 0$$

두 근의 합이 2 이므로 $\frac{A}{4} = 2$

$$\therefore A = 8$$

두 근의 곱이 $\frac{4-B}{4} = \frac{2}{4}$ 이므로 $B = 2$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{8}{2} = 4$$

41. 이차방정식 $4x - \frac{x^2 + 1}{4} = 3(x - a)$ 의 근이 $x = b \pm \sqrt{15}$ 일 때, $\frac{1}{2}ab$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

양변에 4를 곱하면 $16x - (x^2 + 1) = 12(x - a)$

$$x^2 - 4x + (1 - 12a) = 0$$

근이 $x = b \pm \sqrt{15}$ 이므로

두 근의 합은 $2b = 4 \quad \therefore b = 2$

두 근의 곱은 $b^2 - 15 = 1 - 12a \quad \therefore a = 1$

$$\therefore \frac{1}{2}ab = 1$$

42. $A = \{x \mid 6(x-1)^2 + 7x = (2x-3)(4x+1)\}$ 의 해가 $\{\alpha, \beta\}$ 일 때, $4(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2 - 5x - 9 = 0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}, \beta = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$$

$$\therefore 4(\alpha + \beta) = 10$$

43. 이차방정식 $4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$ 또는 -2.5

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때

$$4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}, \quad 4x^2 + 25 = 20x$$

$$4x^2 - 20x + 25 = 0, \quad (2x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

(ii) $x < 0$ 일 때

$$4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}, \quad 4x^2 + 25 = -20x$$

$$4x^2 + 20x + 25 = 0, \quad (2x + 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}$$

(i), (ii)에서 $x = \pm \frac{5}{2}$

44. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 합을 구하면?

$$\begin{cases} 3(a+b)^2 + (a+b) = 14 \\ 2(a-b)^2 - 9(a-b) = 18 \end{cases}$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$a+b=A$, $a-b=B$ 라고 하면

$$3A^2 + A = 14$$

$$3A^2 + A - 14 = 0$$

$$(A-2)(3A+7) = 0$$

a, b 는 정수이므로 $a+b=2\cdots\textcircled{㉠}$

$$2B^2 - 9B = 18$$

$$2B^2 - 9B - 18 = 0$$

$$(2B+3)(B-6) = 0$$

a, b 는 정수이므로 $a-b=6\cdots\textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 에서 $2a = 8$ 이다.

따라서 $a = 4$, $b = -2$ 이다.

$$\therefore a+b = 4 + (-2) = 2$$

45. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $2x^2 + 5x - 2 = 0$

② $3x^2 + 7x - 2 = 0$

③ $2x^2 - 3x - 1 = 0$

④ $x^2 + 2x + 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 6$

해설

④ $\frac{D}{4} = 1 - 1 \times 4 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

46. 이차방정식 $x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 작은 값이 이차방정식 $ax^2 - 2x + a^2 - 4 = 0$ 의 한 근일 때, 음수 a 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$x^2 + (1 - k)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = a^2 - 2k - 3 = 0$$

$$k = -1, 3$$

$$ax^2 - 2x + a^2 - 4 = 0 \text{ 에 } x = -1 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$a = -2, 1$$

$$\therefore a = -2 (\because a < 0)$$

47. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 1 + k = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - 2 - 2k = 0, k = 7$$

48. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 4,$$

$$xy - 2(x+y) = 0, \quad (x-2)(y-2) = 4$$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2 + y^2 = 3^2 + 6^2 = 45$ 이다.

49. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$ 가 성립할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y = 0$$

$$(x - y)^2 - 3(x - y) = 0$$

$$(x - y)(x - y - 3) = 0$$

$x \neq y$ 이므로 $x - y - 3 = 0, x - y = 3$ 이다.

50. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 없다.
- ④ k 의 값에 따라 달라진다.
- ⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.