

1. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

2. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 $f(x) = 2x + 5$ 로 정의할 때, $f^{-1}(1) + f^{-1}(5)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$f^{-1}(1) = a$, $f^{-1}(5) = b$ 로 놓으면

$$f(a) = 1, f(b) = 5$$

$f(x) = 2x + 5$ 이므로

$$f(a) = 1 \text{ 에서 } 2a + 5 = 1 \quad \therefore a = -2$$

$$f(b) = 5 \text{ 에서 } 2b + 5 = 5 \quad \therefore b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$

3. $f(x^2 - 3x) = 4x^2 - 12x + 9$ 일 때, $f(-2)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$x^2 - 3x = -2$ 에서 $x = 1, 2$

i) $x = 1$ 일 때, $f(-2) = 4 - 12 + 9 = 1$

ii) $x = 2$ 일 때, $f(-2) = 16 - 24 + 9 = 1$

i), ii)에서 $f(-2) = 1$

4. 다음 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 임의의 자연수 x 에 대하여 $f(x) = (x \text{의 약수})$ 는 함수가 아니다.
- ㉡ 함수 f 가 일대일 함수이면 역함수가 항상 존재한다.
- ㉢ 함수의 모든 그래프는 집합으로 표현가능하다.
- ㉣ 함수 f, g 에 대하여 $f = g^{-1}$ 이면, f, g 는 $y = -x$ 에 대칭이다.
- ㉤ 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) = [x]$ 는 일대일 함수이다.
(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤

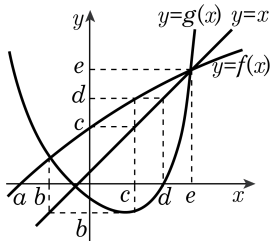
④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ 함수는 변수 x 에 해당되는 y 값이 하나씩 대응되어야 한다.
 $\Rightarrow f(x) = (x \text{의 약수})$ 는 함수가 아니다 (참)
- ㉡ 반례 : $A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 5, 6, 7\}$ 이면 일대일 함수라도 역함수가 존재하지 않는 경우가 있다.
- ㉢ 함수는 집합으로 표현 가능하다.
- ㉣ $f = g^{-1}$ 이면 f, g 는 $y = x$ 에 대칭이다.
- ㉤ 일대일 함수는 $a \neq b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$ 이다.
 $\therefore f(x) = [x]$ 는 일대일 함수가 아니다.

5. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 함수 $h(x) = (f^{-1} \circ g \circ f)(x)$ 일 때, $h(c)$ 의 값은?



- ① a ② b ③ c
 ④ d ⑤ e

해설

$$h(c) = (f^{-1} \circ g \circ f)(c) = f^{-1}(g(f(c)))$$

$$= f^{-1}(g(d)) = f^{-1}(0)$$

$$f^{-1}(0) = k \text{라 하면 } f(k) = 0$$

$$\therefore k = a$$

$$\text{따라서 } h(c) = a$$