1. 다음 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{0.1} < \sqrt{0.5}$

② $-\sqrt{5} > -\sqrt{3}$

③ $\sqrt{0.1} < 0.1$

④ $\sqrt{27} > 5$

⑤ $7 < \sqrt{51}$

해설

② $-\sqrt{5} < -\sqrt{3}$

③ $\sqrt{0.1} > \sqrt{0.01}$

2. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$\sqrt{80} = \sqrt{57+x}$ 이므로 $x = 23$ 이다.

3. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2$ 의 값은?

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 의 근이 α 이므로

$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 5$$

4. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$$x = \alpha \text{ 를 대입하면 } \alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$$

$$\text{양변을 } \alpha \text{ 로 나누면 } \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

5. $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

① $2xy$

② xy

③ $-xy$

④ $-xz$

⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,

$\frac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.

따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.

$xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$

$yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$

$$\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

$$= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$$

$$= -2xy$$

6. 다음 수 중에서 가장 작은 수는?

① $2\sqrt{3}$

② 3

③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

④ $\sqrt{11}$

⑤ $\sqrt{\frac{7}{3}}$

해설

① $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

② $3 = \sqrt{9}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{2} = \sqrt{\frac{7}{4}}$

④ $\sqrt{11}$

⑤ $\sqrt{\frac{7}{3}}$

$\therefore \frac{\sqrt{7}}{2} < \sqrt{\frac{7}{3}} < 3 < \sqrt{11} < 2\sqrt{3}$

7. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

8. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$

② $\sqrt{(2-a)^2} = a-2$

③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$

④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$

⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b-2$

해설

① $a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$$

② $a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(2-a)^2} = 2-a$$

③ $b < a$ 이므로

$$\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = a-b - (b-a) = 2a-2b$$

⑤ $b < 2$ 이므로

$$\sqrt{(b-2)^2} = -(b-2) = -b+2$$

9. 이차방정식 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

① -5

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2 + 5a + 1 = 0$ 에서 $a + 5 + \frac{1}{a} = 0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -5$$

10. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$

㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$

㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$

㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$

㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$

$\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$

㉡ $-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$

$\Rightarrow -4 < x-2 < -2$

㉢ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$

$\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$

㉣ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 2$

$\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$

㉤ $-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$