

1. 다음 중 $8x^2y - 4xy$ 의 인수가 아닌 것은?

① $xy(2x - 1)$

② $4x$

③ $4y$

④ $x(2x - 1)$

⑤ $y(2x + 1)$

해설

$$8x^2y - 4xy = 4xy(2x - 1)$$

2. $57^2 - 63^2 - 188^2 + 212^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8880

해설

(준식)

$$= (57 - 63)(57 + 63) + (212 - 188)(212 + 188)$$

$$= -6 \times 120 + 24 \times 400$$

$$= -720 + 9600 = 8880$$

3. $x^2 - (y^2 - 6y + 9)$ 를 인수분해하면?

① $(x - y - 5)(x - y + 2)$

② $(x - y + 5)(x - y + 2)$

③ $(x + y - 3)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 3)(x - y + 3)$

⑤ $(x + y - 3)(x - y + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (y^2 - 6y + 9) \\ &= x^2 - (y - 3)^2 \\ &= (x + y - 3)(x - y + 3) \end{aligned}$$

4. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. () 안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$$\begin{aligned} &x(x+2)(x+4)(x+6)+16 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+2)(\textcircled{2})+16 \\ &= (x^2+6x)(\textcircled{3})+16 \\ &(\textcircled{4})=A \text{라 하면} \\ &A^2+8A+16=(A+4)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

- ① $x+5$

② $x+3$

③ x^2+4x+8
- ④ x^2+6x

⑤ x^2+6x+1

해설

- ① $x+6$
- ② $x+4$
- ③ x^2+6x+8
- ⑤ x^2+6x+4

5. 직사각형의 넓이가 $(a+b)(a+b+1)-30$ 이고, 가로 길이가 $(a+b-5)$ 일 때, 이 직사각형의 세로의 길이를 구하면?

① $a+b+2$

② $a-b+6$

③ $a+b-6$

④ $a+b+6$

⑤ $a-b+5$

해설

$a+b=A$ 라 두면

$$\begin{aligned} A(A+1)-30 &= A^2+A-30 \\ &= (A+6)(A-5) \\ &= (a+b+6)(a+b-5) \end{aligned}$$

따라서 세로의 길이는 $a+b+6$ 이다.

6. $(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2 = 8a(Aa + Bb + C)$ 일 때, $A + B - C$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B - C = -4$

해설

$2a - 3b + 1 = X$, $2a + 3b - 1 = Y$ 로 치환하면

$$(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2$$

$$= X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$= 4a(-6b + 2)$$

$$= 8a(-3b + 1)$$

$$\therefore A + B - C = 0 + (-3) - 1 = -4$$

7. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$(x+2)(x+4)(x+5)(x+7)+a$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x+7)(x+4)(x+5)+a \\ &= (x^2+9x+14)(x^2+9x+20)+a\end{aligned}$$

$x^2+9x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+14)(A+20)+a \\ &= A^2+34A+280+a \\ &= (A+17)^2 = (x^2+9x+17)^2\end{aligned}$$

$$17^2=280+a$$

$$\therefore a=9$$

8. $4xy - 2x - 2y + 1$ 을 인수분해하면 $(ax + b)(cy + d)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 0

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 4xy - 2x - 2y + 1 &= 2x(2y - 1) - (2y - 1) \\ &= (2x - 1)(2y - 1) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = 2 - 1 + 2 - 1 = 2$$

9. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면
 $x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$
 $\therefore a = 1, b = 3, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 5$

10. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)(x + y + 4)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 \\ &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{x + (y + 4)\} \\ &= (x - y + 2)(x + y + 4) \\ \therefore & a = 1, b = -1, c = 2 \\ \therefore & a + b + c = 2 \end{aligned}$$

11. $x^2 - 2y^2 + xy - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x + 2y - 3)(x - y - 1)$

② $(x + 2y - 1)(x - y - 1)$

③ $(x + 2y - 1)(x - y - 2)$

④ $(x - 2y + 1)(x + y + 1)$

⑤ $(x + 2y + 1)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1 \\ &= x^2 + (y - 2)x - (2y^2 + y - 1) \\ &= x^2 + (y - 2)x - (2y - 1)(y + 1) \\ &= \{x + (2y - 1)\} \{x - (y + 1)\} \\ &= (x + 2y - 1)(x - y - 1) \end{aligned}$$

12. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

13. $\frac{15 \times 39 - 15 \times 32}{6^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{15 \times 39 - 15 \times 32}{6^2 - 1} = \frac{15(39 - 32)}{(6 + 1)(6 - 1)} = 3$$

14. $\sqrt{89 \times 91 + 1} = 10 \times x^2$ 일 때, x 의 값은?

- ① $\pm \sqrt{3}$ ② ± 3 ③ ± 9 ④ ± 18 ⑤ ± 81

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(90-1)(90+1)+1} &= \sqrt{90^2-1+1} = 90 \\ 10x^2 &= 90 \\ \therefore x &= \pm 3\end{aligned}$$

15. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $a^2 + 4a + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{ 이므로 } a = \sqrt{5} - 2$$

$$\therefore a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2 = (\sqrt{5} - 2 + 2)^2 \\ = (\sqrt{5})^2 = 5$$

16. 다음 조건을 이용하여 $x^2 + y^2$ 을 구하여라.

㉠ $xy = 6$

㉡ $3x + 3y + x^2y + xy^2 = 36$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3x + 3y + x^2y + xy^2 = 36$$

$$3(x + y) + xy(x + y) = 36$$

$$(x + y)(3 + xy) = 36 \text{ 에서}$$

$$xy = 6 \text{ 이므로 } x + y = 4 \text{ 이다.}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$= 4^2 - 2 \times 6$$

$$= 16 - 12 = 4$$

17. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa + yb + zc)(pa + qb + rc)$ 이다. 이 때, $x + y + z + p + q + r$ 의 값은?

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a-b)(a-c) - (b-a)(b-c) \\ &= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c) \\ &= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\} \\ &= (a-b)(a+b-2c) \\ \therefore x+y+z+p+q+r \\ &= 1 + (-1) + 0 + 1 + 1 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

18. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2-1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{ \frac{(a+1)(a-1)}{a} \right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

19. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

20. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & x^{16} - 1 \\ &= (x^8 + 1)(x^8 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8이다.

21. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98900000

해설

$$\begin{aligned} A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\ &\quad - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\ &\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\ &= (2-1)(2+1) + (4-3)(4+3) + (6-5) \\ &\quad (6+5) + (8-7)(8+7) + (10-9)(10+9) \\ &= 3+7+11+15+19 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore B^2 - A^2 &= (B+A)(B-A) \\ &= (9945+55)(9945-55) \\ &= 10000 \times 9890 \\ &= 98900000 \end{aligned}$$

22. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

23. $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + y + z)(x - y + z)$

② $(x + y + z)(x - y - z)$

③ $(x - y + z)(x - y - z)$

④ $(x + y - z)(x - y + z)$

⑤ $(x + y - z)(x - y - z)$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x - z)^2 - y^2 \\ &= (x - z + y)(x - z - y) \end{aligned}$$

24. 두 정수 a, b 가 $(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 을 만족할 때, 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개 존재하는가? (단, $a > 2b > 0$)

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 에서
 $(a+2b-1)(a-2b-1) = 33$
 $a > 2b > 0$ 이므로
 $33 \times 1 = 33$ 또는 $11 \times 3 = 33$
따라서 조건을 만족하는 (a, b) 는 $(18, 8), (8, 2)$ 2개 존재한다.

25. $ab = -4$, $(a + 2)(b + 2) = 10$ 일 때, $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$ 의 값은?

① 121

② 134

③ 146

④ 152

⑤ 165

해설

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = 10$$

$$ab = -4 \text{ 를 대입하면 } a + b = 5$$

$$\text{한편 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \cdot (-4) = 33$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a^2 + b^2)(a + b) \\ &= 33 \times 5 \\ &= 165 \end{aligned}$$