

1. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x - 5$

② $(x^2 + 2y^2) - 2(y^2 - 3x^2) = 7x^2$

③ $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

④ $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

⑤ $(x^3 + 1) \div (x + 1) = x^2 - x + 1$

해설

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x + 5$

2. $(a - b - c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

③ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

④ $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

해설

$$\begin{aligned}(a - b - c)^2 \\&= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-c) + 2(-c)a \\&= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca\end{aligned}$$

3. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① $a^2 - b^2$

② $a^3 - b^3$

③ $a^3 + b^3$

④ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

⑤ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

4. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$x = 0$ 을 대입하면 : $a = 1$

$x = -1$ 을 대입하면 : $b = 2$

$x = 2$ 을 대입하면 : $c = -1$

$\therefore a + b + c = 2$

5. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $a = 2$

$x = 1$ 을 대입하면 $b = -2$

$x = 2$ 을 대입하면 $c = 1$

3차항은 없으므로 $d = 0$

$\therefore a + b + c + d = 1$

6. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8

② -1

③ 0

④ 5

⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

7. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 1$ 의 최댓값과 최솟값을 차례로 구하면?

① 4, 없다

② 1, 없다

③ -1, 없다

④ 없다, 4

⑤ 없다, 1

해설

$y = -3x^2 - 6x + 1 = -3(x^2 + 2x) + 1 = -3(x + 1)^2 + 4$
따라서 최댓값은 4, 최솟값은 없다.

8. 다음 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 3x^2 + 4$

② $y = 2(x + 4)^2 - 5$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 1$

④ $y = -x^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

이차항의 계수가 양수일 때 최솟값을 갖는다.

9. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

- ① 최댓값 : 1, 최솟값 : 없다
- ② 최댓값 : 1, 최솟값 : -5
- ③ 최댓값 : 4, 최솟값 : 없다
- ④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1
- ⑤ 최댓값 : 1, 최솟값 : -3

해설

$$y = -2x^2 + 4x - 1$$

$$= -2(x-1)^2 + 1$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.

또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

10. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3a + b$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{이라 하면}$$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \therefore a + b = 2$$

11. 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 곱이 $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 일 때, $a-b$ 의 값은?(단, a, b 는 상수)

① -3

② 3

③ -1

④ 1

⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x-1)p, (x-1)q$ (p, q 은 서로 소)라 할 수 있다.

두 다항식의 곱은 $(x-1)^2 pq = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$

즉, $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 는 $x-1$ 로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.

조립제법을 사용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & a & b & 3 \\ & & 2 & a+2 & a+b+2 \\ \hline 1 & 2 & a+2 & a+b+2 & a+b+5=0 \\ & & 2 & a+4 & \\ \hline & 2 & a+4 & a+b+6=0 \end{array}$$

$a+b=-5, 2a+b=-6$ 을 연립하여 풀면

$$a=-1, b=-4$$

$$\therefore a-b=3$$

해설

$$(x-1)^2(2x+k) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$(x^2 - 2x + 1)(2x+k) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$$

상수항을 비교하면 $k=3$

$$\text{일차항의 계수를 비교하면 } 3x^2 - 4x^2 = ax^2$$

$$\therefore a=-1$$

일차항의 계수를 비교하면

$$-6x + 2x = bx \therefore b=-4$$

$$\therefore a-b=3$$

12. x 에 대한 두 다항식 $A = x^3 + ax^2 + bx$ 와 $B = x^2 + bx + a$ 의 최대공약수가 일차식이다. 그 최대공약수를 구하면? (단, a, b 는 상수이고 $ab \neq 0$)

- ① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x + 1$ ④ $x + 2$ ⑤ $x + 3$

해설

$$A(x) = x(x^2 + ax + b), B(x) = x^2 + bx + a$$

인수를 $(x - p)$ 로 놓으면

$$A(p) = 0 \text{에서 } p^3 + ap^2 + bp = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$B(p) = 0 \text{에서 } p^2 + bp + a = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \times p \text{에서 } (a - b)p^2 + (b - a)p = 0$$

$$\therefore (a - b)p(p - 1) = 0$$

그런데 $a \neq 0$ 이므로 $p \neq 0$

$$\therefore p = 1$$

따라서 최대공약수는 $x - 1$

13. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$$

$$= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로

$$x^2 - x - 2 = 0, \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

$$(i) \quad x^2 - x - 2 = 0 \text{ 에서 } (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$(ii) \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-2) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 또는 } x \neq 2$$

따라서 (i), (ii)에 의하여 $x = -1$

14. $z = (1 + i)x^2 + (2 - i)x - 8 - 2i$ 에 대하여 $z^2 < 0$ 을 만족하는 실수 x 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$$z = (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i$$

$$= (x - 2)(x + 4) + (x + 1)(x - 2)i$$

그런데, $z^2 < 0$ 에서 z 는 순허수이므로

$$\therefore x = -4$$

15. 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제공하면 음의 실수가 된다.
이 때, 실수 x 의 값은?
(단, $i^2 = -1$)

- ① -1 ② 1 ③ -3 ④ 3 ⑤ 7

해설

$(x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$ 가 순허수이어야 하므로

$$x^2 + 4x + 3 = 0, \quad x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

$$(x+3)(x+1) = 0, \quad x = -1, \quad x = -3$$

$$(x+3)(x-1) \neq 0, \quad x \neq 1, \quad x \neq -3$$

$$\therefore x = -1$$

16. $j^2 = -\sqrt{-1}$ 라 할 때, j^{2012} 의 값은?

① 1

② -1

③ $\sqrt{-1}$

④ $-\sqrt{-1}$

⑤ 두 개의 값을 갖는다.

해설

$$j^4 = (-\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$\therefore j^{2012} = (j^4)^{503} = (-1)^{503} = -1$$

17. $(1+i)^{10}$ 의 값은?

① $10-i$

② $4i$

③ $8i$

④ $16i$

⑤ $32i$

해설

$$\begin{aligned}(1+i)^{10} &= \{(1+i)^2\}^5 = (1+2i+i^2)^5 \\ &= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i\end{aligned}$$

18. $A = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2005}$ 의 값은?

① $-i$

② 1

③ 0

④ $1+i$

⑤ $1-i$

해설

$$A = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^{2005}$$

$$= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \dots + (-i)$$

$$= 1 - i$$

19. $z = \frac{\sqrt{2}}{1-i}$ 일 때, $z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$$

$$\begin{aligned} z^2 &= \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i} \right)^2 = \frac{2}{1-2i+i^2} = \frac{2}{-2i} = -\frac{1}{i} \\ &= -\frac{i}{i^2} = i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1 &= i^2 + i - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2} + 1 \\ &= -1 + i - (1+i) + 1 = -1 \end{aligned}$$

20. $x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ i

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$$9x^2 - 6x + 1 = -2, \quad 9x^2 - 6x = -3$$

양변을 3으로 나누면

$$\therefore 3x^2 - 2x = -1$$

21. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^7 + x^4 + 2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$x^2 = \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^2 = \frac{1 + 2\sqrt{3}i + 3i^2}{4}$$

$$= \frac{-2 + 2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$x^3 = x \cdot x^2 = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$= \frac{-1 + 3i^2}{4} = -1$$

$$\therefore x^7 + x^4 + 2 = (x^3)^2 \cdot x + x^3 \cdot x + 2 = x - x + 2 = 2$$