

1. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x - 5$

② $(x^2 + 2y^2) - 2(y^2 - 3x^2) = 7x^2$

③ $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

④ $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

⑤ $(x^3 + 1) \div (x + 1) = x^2 - x + 1$

해설

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x + 5$

2. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

3. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① $a^2 - b^2$

② $a^3 - b^3$

③ $a^3 + b^3$

④ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

⑤ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

4. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 5 = 0$ 의 두 근을 α 와 β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① -7 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 7

해설

$2x^2 - 4x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 2^3 - 3 \times \frac{5}{2} \times 2 \\ &= 8 - 15 = -7\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 은?

① -9

② -2

③ 0

④ 5

⑤ 13

해설

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 4 = 5$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 4 ④ 8 ⑤ 11

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 8 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = 11\end{aligned}$$

7. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, \quad k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

8. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$ 의 최댓값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{2}$

③ 0

④ -2

⑤ 2

해설

$$0 = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

$$\therefore x = 2$$

즉, $x = 2$ 일 때, 최댓값 0

9. 다음 이차함수의 최댓값이 3 인 것은?

① $y = -x^2 + 3$

② $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}$

③ $y = -(x-1)^2$

④ $y = -\frac{4}{3}(x+5)^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

① $x = 0$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

② $x = 0$ 일 때, 최댓값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

③ $x = 1$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

④ $x = -5$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

⑤ $x = 0$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

10. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x + 1 \\ &= -2(x - 1)^2 + 3 \\ x = 1 \text{ 일 때, 최댓값 } 3 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

11. 최대공약수가 $x + 1$ 인 두 다항식 $x^2 + 3x + a$, $x^2 + ax - b$ 의 최소공배수를 $L(x)$ 라 할 때, $L(1)$ 의 값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

최대공약수가 $x + 1$ 이므로

두 다항식에 $x = -1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$1 - 3 + a = 0 \therefore a = 2$$

$$1 - a - b = 0 \therefore b = -1$$

따라서 두 다항식은 각각

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

최소공배수 $L(x)$ 는 $(x + 1)^2(x + 2)$

$$\therefore L(1) = (1 + 1)^2(1 + 2) = 12$$

12. x 에 관한 3차식 $x^3 + px^2 - q^2$, $x^3 - (3q - p)x + 2(q - 1)$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, pq 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x) = x^3 + px^2 - q^2$,
 $q(x) = x^3 - (3q - p)x + 2(q - 1)$ 라 놓으면
최대공약수가 $x - 1$ 이므로
 $f(1) = 1 + p - q^2 = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $g(1) = 1 - (3q - p) + 2(q - 1) = 0$ 에서
 $p - q - 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $q^2 - q - 2 = 0$, $(q - 2)(q + 1) = 0$
(i) $q = 2$ 일 때, $\textcircled{2}$ $p = 3$
 $f(x) = (x - 1)(x + 2)^2$, $g(x) = (x - 1)^2(x + 2)$
 $\therefore G.C.D$ 가 $x - 1$ 이라는 것에 모순
(ii) $q = -1$ 일 때, $\textcircled{2}$ $p = 0$
 $f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$,
 $g(x) = (x - 1)(x^2 + x + 4)$
 $\therefore G.C.D$ 는 $x - 1$
 $\therefore pq = 0$

13. 두 다항식 $f(x) = x^3 - ax + b, g(x) = x^2 + ax - 2b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $f(x), g(x)$ 의 최소공배수를 구하면?

- ① $(x - 1)^2(x + 1)(x + 2)$ ② $(x - 1)^2(x + 4)(x + 2)$
③ $(x - 1)(x + 1)^2(x + 2)$ ④ $(x - 1)(x + 4)^2(x + 2)$
⑤ $(x - 1)(x + 4)(x + 2)^2$

해설

인수정리에 의해

$$f(1) = 1 - a + b = 0$$

$$g(1) = 1 + a - 2b = 0$$

연립하면, $a = 3, b = 2$

$$\therefore f(x) = x^3 - 3x + 2$$

조립제법을 이용하면,

$$f(x) = (x - 1)^2(x + 2)$$

$$g(x) = x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$\therefore \text{최소공배수: } (x - 1)^2(x + 4)(x + 2)$$

14. 복소수 $z = (2+i)a^2 + (1+4i)a + 2(2i-3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

- ① -2 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

$$\text{순허수이므로 } 2a^2 + a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (a+2)(2a-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데 $a = 2$ 이면,

$$a^2 + 4a + 4 = 0 \text{이 되어 순허수가 성립되지 않는다.}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

15. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k 의 값을 정하면?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

16. 복소수 $(1+2i)x - (2+i)y + i$ 를 제곱하였더니 -9 가 되었다. 이 때, $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 x, y 는 실수이다.)

- ① 2 또는 -4 ② 2 또는 -3 ③ -1 또는 3
④ -1 또는 -3 ⑤ -1 또는 -2

해설

$z = (x-2y) + (2x-y+1)i$
 $z^2 = -9$
즉, z 는 순허수이다.
 $\therefore x-2y=0, (2x-y+1)^2=9$
 $x=2y$ 와 $2x-y+1=\pm 3$ 을 연립하여 풀면
 $y=\frac{2}{3} \rightarrow x=\frac{4}{3}$
 $y=-\frac{4}{3} \rightarrow x=-\frac{8}{3}$
 $\therefore x+y=2$ 또는 -4 이다.

17. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{100}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값은?

① $1-i$

② 0

③ $-1-i$

④ 2

⑤ $1+i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = i, \frac{1-i}{1+i} = -i \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$$

$$= f(i) + f(-i)$$

$$= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100}$$

$$= (-i)^{100} + (i)^{100} = 2$$

$$\because i^4 = 1 \text{ 이므로 } i^{4k} = 1$$

18. n 이 자연수일 때, $\left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^n + \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^n = 0$ 을 만족하는 n 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n = 1$ 일 때,

$$\frac{\sqrt{2}}{1+i} + \frac{\sqrt{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{2}(1-i) + \sqrt{2}(1+i)}{(1+i)(1-i)}$$
$$= \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$n = 2 \text{ 일 때, } \frac{2}{(1+i)^2} + \frac{2}{(1-i)^2} = \frac{2}{2i} + \frac{2}{-2i} = 0$$

그러므로 최솟값 $n = 2$

19. n 이 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n+1} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{4n+1}$ 을 간단히 하면?

- ① $-2i$ ② $-i$ ③ $2i$ ④ i ⑤ 0

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$i^{2n+1} + (-i)^{4n+1} \quad (n = 2k-1 \text{ 대입})$$

$$i^{2(2k-1)+1} + (-i)^{4(2k-1)+1}$$

$$= i^{4k-1} - i$$

$$= -i - i = -2i$$

20. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단,
 $i = \sqrt{-1}$)

① 2

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ ($m \geq 0$)

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

21. $x = \frac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2 + i$

② $2 - i$

③ $-2 + i$

④ $-4 + i$

⑤ $4 + i$

해설

$$x = \frac{3+i}{2} \text{ 에서 } 2x - 3 = i$$

$$(2x - 3)^2 = i^2 \text{ 에서 } 2x^2 - 6x + 5 = 0$$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= (2x^2 - 6x + 5)(x + 2) + 2x - 7$$

$$= 2x - 7$$

$$= 2 \left(\frac{3+i}{2} \right) - 7$$

$$= -4 + i$$

22. $z = \frac{2}{1 - \sqrt{3}i}$ 일 때 $z^5 + 3z$ 를 간단히 하면?

① $1 + \sqrt{3}i$

② $2 + \sqrt{3}i$

③ $3 + \sqrt{3}i$

④ $2 + 2\sqrt{3}i$

⑤ $3 + 3\sqrt{3}i$

해설

$$z = \frac{2}{1 - \sqrt{3}i} \text{ 에서 } z^2 - z + 1 = 0 \therefore z^3 = -1$$

$$z^5 + 3z = -z^2 + 3z = -(z - 1) + 3z = 1 + 2z$$

$$z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 이므로 } 1 + 2z = 2 + \sqrt{3}i$$