1. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x-2)+(7-2x)=2x-5$

② $(x^2+2y^2)-2(y^2-3x^2)=7x^2$

③ $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

④ $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

⑤ $(x^3+1)\div(x+1)=x^2-x+1$

해설

① $(4x-2)+(7-2x)=2x+5$

2. $(x-2y-3z)^2$ 을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

3. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① a^2-b^2

② a^3-b^3

③ a^3+b^3

④ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

⑤ $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

4. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x = 0$을 대입하면 : $a = 1$
$x = -1$을 대입하면 : $b = 2$
$x = 2$을 대입하면 : $c = -1$
$\therefore\ a + b + c = 2$

5. 임의의 실수 x에 대하여 $x^2-3x+2=a+bx+cx(x-1)+dx(x-1)(x-2)$가 항상 성립할 때, $a+b+c+d$의 값을 구하면? (단, a, b, c, d는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=0$을 대입하면 $a=2$
$x=1$을 대입하면 $b=-2$
$x=2$을 대입하면 $c=1$
3차항은 없으므로 $d=0$
$\therefore\ a+b+c+d=1$

6. $(1+3i)(1-3i)-(2-i)(3+i)$ 를 계산하면?

① $17-i$ ② $3+i$ ③ $3-i$ ④ $7+i$ ⑤ $7-i$

해설

$$\begin{aligned}&(1+3i)(1-3i)-(2-i)(3+i)\\=\ &(1+9)-(6-i+1)\\=\ &3+i\end{aligned}$$

7. $(2+\sqrt{3}i)^2+(2-\sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}i$ ② $4\sqrt{3}i$ ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$
\begin{aligned}
&(2+\sqrt{3}i)^2+(2-\sqrt{3}i)^2 \\
&=(4+4\sqrt{3}i+3i^2)+(4-4\sqrt{3}i+3i^2) \\
&=1+4\sqrt{3}i+1-4\sqrt{3}i=2
\end{aligned}
$$

8. $\frac{1}{\sqrt{-8}}(3\sqrt{-2}-3\sqrt{-8}+\sqrt{-32})$ 을 계산하면?

① i　② $\frac{1}{2}$　③ $-i$　④ $-\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}i}\left(3\sqrt{2}i-6\sqrt{2}i+4\sqrt{2}i\right)\\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}i}\times\sqrt{2}i\\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $2x^2-4x-3=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은?

① 7　② 6　③ 5　④ 4　⑤ 3

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha+\beta=2 \quad \alpha\beta=-\frac{3}{2}$$

$$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=7$$

10. 방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\alpha + \beta = 3,\ \alpha\beta = \dfrac{3}{2}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 2 \cdot \dfrac{3}{2} = 6$

11. 이차방정식 $2x^2-6x+4=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$은?

① -9　② -2　③ 0　④ 5　⑤ 13

해설

$\alpha+\beta=3, \quad \alpha\beta=2$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=9-4=5$

12. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x축과 만나도록 하는 상수 k의 값이 아닌 것은?

① -8　　② -1　　③ 0　　④ 5　　⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$이어야 하므로

$k^2 + 8k \geq 0, \ k(k+8) \geq 0$

$\therefore k \leq -8$ 또는 $k \geq 0$

따라서 위의 k의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

13. 다음 이차함수의 최댓값이 3 인 것은?

① $y = -x^2 + 3$

② $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}$

③ $y = -(x-1)^2$

④ $y = -\frac{4}{3}(x+5)^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

① $x = 0$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

② $x = 0$ 일 때, 최댓값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

③ $x = 1$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

④ $x = -5$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

⑤ $x = 0$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

14. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y = -x^2 + 1$

② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$

③ $y = -2(x-1)^2$

④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

15. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -11 ② -9 ③ -7 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$
\begin{aligned}
y &= x^2 - 6x + 2 \\
&= (x-3)^2 - 7
\end{aligned}
$$

$x = 3$ 일 때, 최솟값 -7을 갖는다.

16. 두 다항식 x^3-3x^2+2x, $x^4-4x^3+4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(3)+g(3)$ 의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$x^3-3x^2+2x=x(x-2)(x-1)$
$x^4-4x^3+4x^2=x^2(x-2)^2$
$\therefore f(x)=x(x-2), g(x)=x^2(x-1)(x-2)^2$
$\therefore f(3)+g(3)=3+18=21$

17. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3 ② ab^2c^4 ③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$ ⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.

$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서

공통인수는 a, b, c 이고

차수가 낮은 것은 각각 a, b^2, c^4 이다.

이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

18. 두 다항식 $2x^2+2x-4$와 $4x^3-4$에 관한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① 두 다항식은 $(x-1)$로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$은 두 다항식의 공약수이다.

② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.

③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$은 두 다항식의 공배수이다.

④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$이다.

⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$이다.

해설

$2x^2+2x-4=2(x-1)(x+2)$

$4x^3-4=4(x-1)(x^2+x+1)$

최대공약수 : $2(x-1)$

최소공배수 : $4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

19. 이차방정식 $x^2+8x+2k=0$이 허근을 가지도록 하는 정수 k의 값의 최솟값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

이차방정식에서 허근을 가질 조건은

$\frac{D'}{4}<0$이어야 하므로,

$16-2k<0,\ 2k>16,\ \therefore\ k>8$

$\therefore$ 정수 k의 최소값은 9

20. 이차방정식 $x^2 - 2x + m = 0$이 허근을 가질 때, 실수 m의 범위를 구하면?

① $m < 1$

② $-1 < m < 1$

③ $m < -1$ 또는 $m > 1$

④ $m > 1$

⑤ $m > -1$

해설

주어진 이차방정식이 허근을 가지려면

$D/4 = 1 - m < 0$

$\therefore m > 1$

21. 이차방정식 $x^2-x(kx-5)+3=0$이 허근을 가질 때, 정수 k의 최댓값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^2-kx^2+5x+3=0$이 허근은 가지려면

$D=25-4\times3(1-k)<0$

$25-12+12k<0 \quad \therefore 12k<-13$

$\therefore k<-\dfrac{13}{12}$ 이므로

정수 k의 최댓값은 -2

22. x에 대한 두 다항식 $A = x^3 + ax^2 + bx$와 $B = x^2 + bx + a$의 최대공약수가 일차식이다. 그 최대공약수를 구하면? (단, a, b는 상수이고 $ab \neq 0$)

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x+1$ ④ $x+2$ ⑤ $x+3$

해설

$A(x) = x(x^2 + ax + b)$, $B(x) = x^2 + bx + a$

인수를 $(x-p)$로 놓으면

$A(p) = 0$에서 $p^3 + ap^2 + bp = 0 \cdots$ ㉠

$B(p) = 0$에서 $p^2 + bp + a = 0 \cdots$ ㉡

㉠ $-$ ㉡ $\times\, p$에서 $(a-b)p^2 + (b-a)p = 0$

$\therefore\ (a-b)p(p-1) = 0$

그런데 $a \neq 0$이므로 $p \neq 0$

$\therefore\ p = 1$

따라서 최대공약수는 $x-1$

23. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3a + b$와 $x^2 + bx - 6$의 최대공약수가 $x - 2$일 때, $a + b$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 8

해설

$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b$,
$g(x) = x^2 + bx - 6$이라 하면
$f(x)$와 $g(x)$는 모두 $x - 2$로 나누어떨어지므로
$f(2) = g(2) = 0$에서
$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0$, $g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$
$\therefore\ a = 1,\ b = 1 \therefore\ a + b = 2$

24. 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$이고, 곱이 $2x^3+ax^2+bx+3$일 때, $a-b$의 값은?(단, a, b는 상수)

① -3 ② 3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x-1)p, (x-1)q(p, q$은 서로 소)라 할 수 있다.
두 다항식의 곱은 $(x-1)^2 pq = 2x^3+ax^2+bx+3$
즉, $2x^3+ax^2+bx+3$는 $x-1$로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.
조립제법을 사용하면

$$\begin{array}{c|cccc}
1 & 2 & a & b & 3 \\
 & & 2 & a+2 & a+b+2 \\
\hline
1 & 2 & a+2 & a+b+2 & \boxed{a+b+5=0} \\
 & & 2 & a+4 & \\
\hline
 & 2 & a+4 & \boxed{a+b+6=0} &
\end{array}$$

$a+b=-5, 2a+b=-6$을 연립하여 풀면
$a=-1, b=-4$
$\therefore\ a-b=3$

해설

$(x-1)^2(2x+k) = 2x^3+ax^2+bx+3$
$(x^2-2x+1)(2x+k) = 2x^3+ax^2+bx+3$
상수항을 비교하면 $k=3$
이차항의 계수를 비교하면 $3x^2-4x^2=ax^2$
$\therefore\ a=-1$
일차항의 계수를 비교하면
$-6x+2x=bx \therefore\ b=-4$
$\therefore\ a-b=3$

25. 복소수 $z = (1+i)x^2 + (5+2i)x + 3(2-i)$ 에서 z가 순허수일 때, 실수 x의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$z = (x^2+5x+6) + (x^2+2x-3)i$

$\quad = (x+2)(x+3) + (x-1)(x+3)i$

순허수가 되려면 실수부$=0$, 허수부$\neq 0$

$\therefore\ x = -2$

26. $(1+i)x^2+(1-i)x-6-2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2+x-6)+(x^2-x-2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2+x-6=(x+3)(x-2)=0$ 이어야
하므로 $x=-3$ 또는 $x=2$ 이다.
그런데 $x^2-x-2\neq 0$ 이어야 하므로 $x\neq 2$
따라서 $x=-3$

27. 복소수 $z = (2+i)a^2 + (1+4i)a + 2(2i-3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

① -2　　② 1　　③ $\frac{3}{2}$　　④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 3

해설

$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$

순허수이므로 $2a^2 + a - 6 = 0$

$\Rightarrow \quad (a+2)(2a-3) = 0$

$\Leftrightarrow \quad a = -2$ 또는 $a = \frac{3}{2}$

그런데 $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$\therefore \quad a = \frac{3}{2}$

28. $x = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1

④ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

29. $z = \dfrac{2}{1-\sqrt{3}i}$ 일 때 $z^5 + 3z$ 를 간단히 하면?

① $1+\sqrt{3}i$　　② $2+\sqrt{3}i$　　③ $3+\sqrt{3}i$

④ $2+2\sqrt{3}i$　　⑤ $3+3\sqrt{3}i$

해설

$z = \dfrac{2}{1-\sqrt{3}i}$ 에서 $z^2 - z + 1 = 0 \quad \therefore \; z^3 = -1$

$z^5 + 3z = -z^2 + 3z = -(z-1) + 3z = 1 + 2z$

$z = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ 이므로 $1 + 2z = 2 + \sqrt{3}i$

30. $x = 2 + \sqrt{3}i$ 일 때, $x^3 \cdot \overline{x} - x \cdot \overline{x^3}$ 의 값은? (단, $\overline{x}$ 는 x 의 켤레복소수이다.)

① $13i$　② $28\sqrt{3}i$　③ $28i$

④ $56\sqrt{3}i$　⑤ $72i$

해설

$x = 2 + \sqrt{3}i$ 에서 $\overline{x} = 2 - \sqrt{3}i$ 이므로

$$x^3 \cdot \overline{x} - x \cdot \overline{x^3} = x\overline{x}(x^2 - \overline{x^2}) = x\overline{x}(x+\overline{x})(x-\overline{x})$$
$$= 7 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3}i = 56\sqrt{3}i$$