1. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① a^2-b^2　② a^3-b^3

③ a^3+b^3　④ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

⑤ $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

2. $(x-2y-3z)^2$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

3. $(a-b-c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

② $a^2+b^2+c^2-2ab-2bc-2ca$

③ $a^2-b^2-c^2-2ab-2bc-2ca$

④ $a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

⑤ $a^2-b^2-c^2+2ab-2bc-2ca$

해설

$(a-b-c)^2$
$=a^2+(-b)^2+(-c)^2+2a(-b)+2(-b)(-c)+2(-c)a$
$=a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

4. 이차함수 $y=-2x^2+4x+1$ 의 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2+4x+1 \\ &= -2(x-1)^2+3 \end{aligned}$$

$x=1$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

5. 함수 $f(x)=x^2-2x+2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1　　② 0　　③ 1　　④ $\frac{1}{2}$　　⑤ 2

해설

$f(x)=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$ 에서

$x=1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1)=1$

6. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y = -x^2 + 1$

② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$

③ $y = -2(x-1)^2$

④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

7. 두 다항식 x^2+3x+a, x^2-3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 최소공배수를 구하여라.

① $x^3+3x^2-12x+8$　　② $x^3-3x^2+10x-8$

③ $x^3+x^2-10x+8$　　④ x^3-9x+8

⑤ $x^3+2x^2-8x+10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 a, b를 구한다.

$1+3+a=0$　$1-3+b=0$에서 $a=-4$　$b=2$

$\therefore\ \ x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$(x-1)(x-2)(x+4)=x^3+x^2-10x+8$

8. 두 다항식 x^2+ax+b, $x^2+3bx+2a$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 2　② 1　③ 0　④ -1　⑤ -2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로
x^2+ax+b와 $x^2+3bx+2a$는
모두 $x-1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1+a+b=0$이고 $1+3b+2a=0$
따라서, $a=-2,\ b=1$
$\therefore\ a+b=-1$

9. 두 다항식 $f(x) = x^3 - ax + b, g(x) = x^2 + ax - 2b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $f(x), g(x)$ 의 최소공배수를 구하면?

① $(x-1)^2(x+1)(x+2)$
② $(x-1)^2(x+4)(x+2)$
③ $(x-1)(x+1)^2(x+2)$
④ $(x-1)(x+4)^2(x+2)$
⑤ $(x-1)(x+4)(x+2)^2$

해설

인수정리에 의해

$f(1) = 1 - a + b = 0$

$g(1) = 1 + a - 2b = 0$

연립하면, $a = 3, b = 2$

$\therefore f(x) = x^3 - 3x + 2$

조립제법을 이용하면,

$f(x) = (x-1)^2(x+2)$

$g(x) = x^2 + 3x - 4 = (x-1)(x+4)$

$\therefore$ 최소공배수: $(x-1)^2(x+4)(x+2)$

10. n 이 자연수일 때, $\left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^n + \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^n = 0$ 을 만족하는 n 의 최솟값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$n = 1$ 일 때,

$$\frac{\sqrt{2}}{1+i} + \frac{\sqrt{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{2}(1-i) + \sqrt{2}(1+i)}{(1+i)(1-i)}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$n = 2$ 일 때, $\frac{2}{(1+i)^2} + \frac{2}{(1-i)^2} = \frac{2}{2i} + \frac{2}{-2i} = 0$

그러므로 최솟값 $n = 2$

11. $i+i^3+i^5+i^7+\cdots+i^{101}=a+bi$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(좌변)$=i-i+i-i+\cdots+i=i$ 이므로

$i=a+bi$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a=0$, $b=1$

$\therefore\ a+b=1$

12. $A=\dfrac{1+i}{1-i}$ 일 때 $1+A+A^2+A^3+\cdots+A^{100}$ 을 간단히 하면?

① 1 ② i ③ 0 ④ -1 ⑤ $-i$

해설

$$A=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=i$$

$$A^2=i^2=-1,\ A^3=i^3=-i,\ A^4=i^4=1$$

$$\therefore\ 1+A+A^2+A^3+\cdots+A^{100}$$

$$=1+(A+A^2+A^3+A^4)+\cdots$$

$$+(A^{97}+A^{98}+A^{99}+A^{100})$$

$$=1+(i-1-i+1)+(i-1-i+1)+\cdots+(i-1-i+1)$$

$$=1$$

13. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 2 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^{n} = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ $(m \geq 0)$

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

14. $z=\dfrac{-2}{1+\sqrt{3}i}$ 일 때, $z^4-\bar{z}$ 의 값을 구하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① $\sqrt{3}i$ ② $-\sqrt{3}i$ ③ $2\sqrt{3}i$

④ $-2\sqrt{3}i$ ⑤ 1

해설

$$z=\frac{-2}{1+\sqrt{3}i}$$
$$=\frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)}$$
$$=\frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{4}$$
$$=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$$

$\therefore\ 2z+1=\sqrt{3}i\cdots$①

①의 양변을 제곱하여 정리하면

$4z^2+4z+1=-3\Leftrightarrow z^2+z+1=0\cdots$②

②의 양변에 $z-1$을 곱해주면

$(z-1)(z^2+z+1)=0\Leftrightarrow z^3=1$

$\therefore\ z^3=1$ 이므로 $z^4=z$

$\therefore z^4-\bar{z}=z-\bar{z}$

$$=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}-\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$
$$=\sqrt{3}i$$

15. $\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\dfrac{1}{3\omega^2+4\omega+2} = a+b\omega$ 를 만족하는 실수 a, b 의 값에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\dfrac{4}{3}$

해설

$\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$2\omega+1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱하면,

$4\omega^2+4\omega+4=0$

$\therefore\ \omega^2+\omega+1=0$

$$\begin{aligned} 3\omega^2+4\omega+2 &= 3(\omega^2+\omega+1)+\omega-1 \\ &= \omega-1 \end{aligned}$$

$\dfrac{1}{\omega-1} = a+b\omega$ 에서

$(a+b\omega)(\omega-1)=1$

$(a-2b)\omega-(a+b)=1 \leftarrow \omega^2=-\omega-1$

$\therefore\ a-2b=0,\ a+b=-1$ 에서

$a=-\dfrac{2}{3},\ b=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ a+b=-1$