1. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하여라.

▶ **답:**

▷ **정답:** 1

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 + 1$$

따라서 $x = -4$ 일 때, 최댓값은 1 이다.

2. $y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x=-3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x=-3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은 $y=-\frac{1}{3}(x+3)^2+5$ 이다. $y=-\frac{1}{3}(x+3)^2+5=-\frac{1}{3}x^2-2x+2$

따라서 y 의 절편은 2 이다.

3. $-1 \le x \le 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x - 2a$ 의 최솟값이 1 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 4x - 2a = (x-2)^2 - 2a - 4$
이 때, 꼭짓점의 x 좌표 2 가 $-1 \le x \le 1$ 에 속하지 않으므로
$f(-1), f(1)$ 중 작은 값이 최솟값이다.
따라서, 최솟값은 $f(1) = -3 - 2a = 1$
$\therefore a = -2$

4. 포물선 $y=x^2-2x+4k$ 의 그래프가 x 축과 서로 만나지 않을 때의 k 의 범위를 구하면?

① $k<\frac{1}{2}$
② $k<-\frac{1}{2}$
③ $k>\frac{1}{4}$
④ $k<\frac{1}{4}$
⑤ $k>-\frac{1}{4}$

해설

$y=x^2-2x+4k$ 의 그래프가 x 축과
만나지 않으려면 판별식D 가
$D<0$ 이어야 하므로
$$\frac{D}{4}=1-4k<0$$
$$\therefore\ k>\frac{1}{4}$$

5. 이차함수 $y = -x^2 + kx + k$ 의 그래프와 직선 $y = -2x + 1$ 이 만나지 않도록 하는 k 값의 범위를 구하면?

① $-8 < k < -1$　② $-8 < k < 0$　③ $-6 < k < 1$

④ $-6 < k < 2$　⑤ $-6 < k < 2$

해설

두 함수가 만나지 않으려면
두 식을 연립하였을 때 판별식이
0보다 작아야 한다.

$\Rightarrow \quad -2x + 1 = -x^2 + kx + k$

$\Rightarrow \quad x^2 - (k+2)x + 1 - k = 0$

$D = (k+2)^2 - 4(1-k) < 0$

$k^2 + 8k < 0$

$\Rightarrow \quad -8 < k < 0$

6. 이차함수 $y=x^2+3x+1$ 의 그래프와 직선 $y=-x+3$ 의 두 교점의 좌표를 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 라 할 때, y_1y_2 의 값은?

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

해설

두 교점의 x 좌표 x_1, x_2 는
방정식 $x^2+3x+1=-x+3$ 의 실근이다.
$x^2+4x-2=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
$x_1+x_2=-4$, $x_1x_2=-2$

$$\begin{aligned}\therefore\ y_1y_2 &= (-x_1+3)(-x_2+3)\\ &= x_1x_2-3(x_1+x_2)+9\\ &= -2+12+9=19\end{aligned}$$

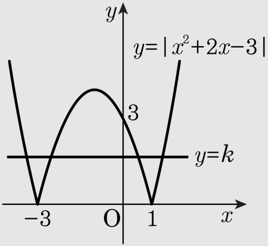
7. x에 대한 방정식 $|x^2+2x-3|=k$가 양의 근 2개와 음의 근 2개를 갖도록 하는 상수 k의 값의 범위는?

① $k \geq 3$　　② $k > 4$　　③ $3 \leq k < 4$

④ $0 < k < 3$　　⑤ $0 < k < 4$

해설

방정식 $|x^2+2x-3|=k$의 근은
두 함수 $y=|x^2+2x-3|$, $y=k$의
그래프의 교점의 x좌표와 같다.
따라서 그림에서 교점의 x좌표가 양수 2개,
음수 2개가 되려면 $0<k<3$



8. 이차함수 $y=x^2+ax+b$ 가 $(-1,\ -2)$ 와 $(1,\ 0)$ 을 지날 때, 최솟값을 구하면?

① $-\frac{4}{9}$ ② -1 ③ 3 ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{4}$

해설

이차함수 $y=x^2+ax+b$에 점$(-1,\ -2)$ 와 점$(1,\ 0)$ 을 대입하면

$-2=1-a+b$ 와 $0=1+a+b$

두 식을 연립하여 풀면

$-a+b=-3,\ a+b=-1$

$\therefore a=1,\ b=-2$

$y=x^2+x-2$

$y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-2$

따라서 $x=-\frac{1}{2}$ 일 때 최솟값 $-\frac{9}{4}$ 를 갖는다.

9. 차가 4 인 두 수 중에서 그 제곱의 합이 최소가 되는 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 2

해설

두 수를 각각 x, $x+4$라 하면

$$y = x^2 + (x+4)^2$$
$$= 2x^2 + 8x + 16$$
$$= 2(x+2)^2 + 8$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 8 을 갖는다.

$\therefore x = -2,\ x+4 = 2$

따라서 구하는 두 수는 -2, 2

10. 둘레의 길이가 24m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① $30\,\text{cm}^2$ ② $32\,\text{cm}^2$ ③ $34\,\text{cm}^2$

④ $36\,\text{cm}^2$ ⑤ $38\,\text{cm}^2$

해설

가로의 길이를 x m , 세로의 길이를 $(24-x)$ m , 넓이를 $y\,\text{m}^2$ 라 하면

$$
\begin{aligned}
y &= x(12-x) \\
&= -x^2 + 12x \\
&= -(x^2 - 12x + 36 - 26) \\
&= -(x-6)^2 + 36
\end{aligned}
$$

따라서 $x = 6$ 일 때 넓이의 최댓값은 $36\,\text{m}^2$ 이다.

11. 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ **답 :** ____ cm

▷ **정답 :** 12 cm

해설

반지름 x cm , 호의 길이를 $(24-2x)$ cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24-2x) \\ &= x(12-x) \\ &= -x^2+12x \\ &= -(x^2-12x+36)+36 \\ &= -(x-6)^2+36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 36 cm^2 를 가진다.
따라서 호의 길이는 $24-2x=12$ cm 이다.

12. 둘레의 길이가 40 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대가 될 때, 반지름의 길이 및 최대 넓이 S 를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $100\,\mathrm{cm}^2$

해설

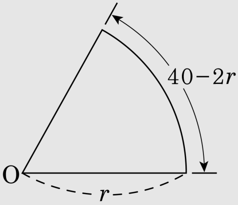
부채꼴의 반지름의 길이를 $r\mathrm{cm}$ 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times r \times (40 - 2r) = r(20 - r)$$

$$= -r^2 + 20r = -(r - 10)^2 + 100$$

한편 $r > 0$ 이고 $40 - 2r > 0$ 이므로 $0 < r < 20$

따라서 $y = 10$ 일 때 최대 넓이는 $100\mathrm{m}^2$ 이다.



13. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ______ 초

▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 4 초

▷ 정답 : 80 m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x-4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80 을 갖는다.

14. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 4a - 4$의 최솟값을 m이라 할 때, m의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = x^2 - 2ax + 4a - 4 = (x-a)^2 - a^2 + 4a - 4$

이므로 $x = a$일 때 최솟값 $-a^2 + 4a - 4$를 가진다.

$\therefore m = -a^2 + 4a - 4 = -(a-2)^2$

따라서 m은 $a = 2$일 때 최댓값 0을 가진다.

15. 두 실수 $x,\ y$ 가 $x^2+y^2+2x-2y-2=0$ 을 만족할 때, x 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -2

해설

$x^2+y^2+2x-2y-2=0$ 을 y 에 대한 식으로 정리하면

$y^2-2y+\left(x^2+2x-2\right)=0$

$x,\ y$ 는 실수이므로 이 이차방정식은 실근을 갖는다.

$\frac{D}{4}=(-1)^2-\left(x^2+2x-2\right)\geq 0$

$x^2+2x-3\leq 0,\ \ (x+3)(x-1)\leq 0$

$\therefore -3\leq x\leq 1$, x 의 최댓값은 1 , 최솟값은 -3

따라서, 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 -2