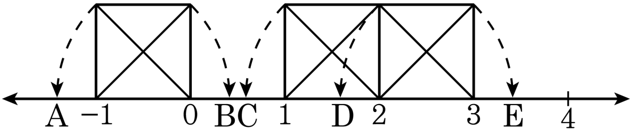
1. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. A, B, C, D, E 의 좌표를 옳게 구한 것은?



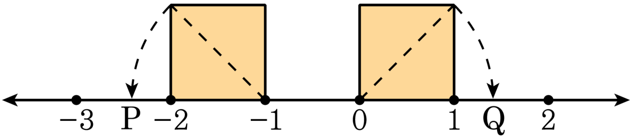
① $A(-1-\sqrt{2})$ ② $B(\sqrt{2})$ ③ $C(1-\sqrt{2})$

④ $D(3-\sqrt{2})$ ⑤ $E(2-\sqrt{2})$

해설

$A(-\sqrt{2})$, $B(-1+\sqrt{2})$, $C(2-\sqrt{2})$,$D(3-\sqrt{2})$, $E(2+\sqrt{2})$ 이므로 ④이다.

2. 다음 그림에서 수직선 위의 사각형은 정사각형이다. 이때, 점 $\mathrm{P}(a)$, $\mathrm{Q}(b)$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하면?



① $-1-2\sqrt{2}$　② $-1+2\sqrt{2}$　③ $1-2\sqrt{2}$

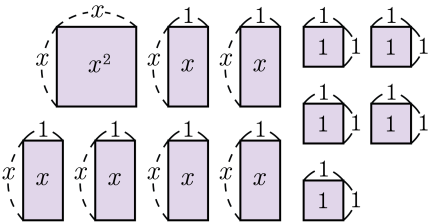
④ $-1-\sqrt{2}$　⑤ $-1+\sqrt{2}$

해설

$\mathrm{P}(-1-\sqrt{2})$, $\mathrm{Q}(\sqrt{2})$ 이므로

$a-b=-1-\sqrt{2}-\sqrt{2}=-1-2\sqrt{2}$

3. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은?



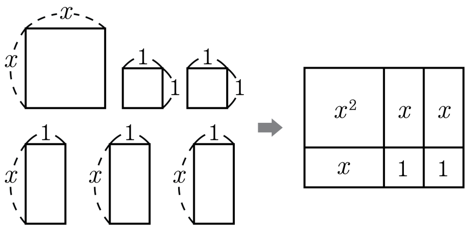
① $2x$ ② $2x+1$ ③ $2x+2$

④ $2x+3$ ⑤ $2x+6$

해설

넓이의 합은 $x^2+6x+5=(x+5)(x+1)$ 이므로
변의 길이가 각각 $x+5$, $x+1$ 인 직사각형이다.
따라서 가로와 세로의 합은 $2x+6$ 이다.

4. 다음 그림은 사각형 모양의 색종이를 가지고 여러 조각으로 나눈 것으로, 이 조각들을 서로 맞추어 하나의 직사각형을 만들어 보는 과정이다. 이 때, 직사각형의 넓이를 바르게 나타낸 것은?



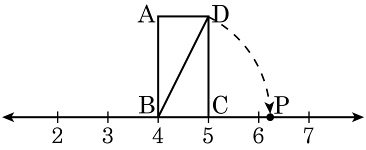
① $(x+1)^2$　② $(x+2)(x+1)$　③ $(x+2)(x-2)$

④ $x(x+1)$　⑤ $(x+2)^2$

해설

직사각형과 정사각형의 모양의 조각들을 하나의 직사각형 모양으로 만들면 가로, 세로의 길이는 $(x+2)$, $(x+1)$ 이므로 넓이는 $(x+2)(x+1)$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 수직선 위에 가로의 길이가 1 , 세로의 길이가 2 인 직사각형 ABCD 를 그렸다. 수직선 위의 점 P 에 대응하는 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4+\sqrt{5}$

해설

$1^2+2^2=\left(\sqrt{5}\right)^2$

직사각형 대각선의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로 점 P 에 대응하는 값은 $4+\sqrt{5}$ 이다.

6. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\frac{49}{9}$	㉥ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉣　③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤　⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이다.

㉣ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉥ $\left(\frac{81}{6}\text{의 제곱근}\right) = \pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$
② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$
③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$
④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$
⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

8. 다음 식을 만족하는 유리수 k의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}}+\frac{6}{\sqrt{18}}-\sqrt{32}=k\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k=-\frac{11}{4}$

해설

$$\frac{\sqrt{2}}{4}+\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}-16\sqrt{2}}{4}$$
$$=-\frac{11\sqrt{2}}{4}$$

$-\frac{11\sqrt{2}}{4}=k\sqrt{2}$ 이므로

$k=-\frac{11}{4}$ 이다.

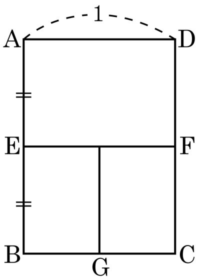
9. $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{9}}$ 를 계산하면?

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{9}-\sqrt{8}=-1+\sqrt{9}=-1+3=2$$

10. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



① $\dfrac{(1+\sqrt{2})}{2}$　② $\dfrac{(2+\sqrt{2})}{2}$　③ $\dfrac{3(1+\sqrt{2})}{2}$

④ $\dfrac{3(1-\sqrt{2})}{2}$　⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$\overline{AB}=x,\ \overline{DF}=\frac{1}{2}x$ 라 하면

$1:x=\frac{1}{2}x:1,\ \frac{1}{2}x^2=1,\ x^2=2$

$\Rightarrow\ x=\sqrt{2}\ (\because\ x>0)$

$\therefore$ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$=(1+\sqrt{2})+\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3(1+\sqrt{2})}{2}$

11. $0 < x \le 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

① -3　　② -1　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$$\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 4} = \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}}$$
$$= \sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}$$
$$\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 + 4} = \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}}$$
$$= \sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2}$$

$0 < x \le 1, x - \frac{1}{x} \le 0, x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$
$$3x - \left\{-\left(x-\frac{1}{x}\right)\right\} + \left(x+\frac{1}{x}\right) = 5$$
$$5x = 5$$
$$\therefore\ x = 1$$

12. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 $109\,\text{cm}^2$ 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① $7\,\text{cm}^2$ ② $13\,\text{cm}^2$ ③ $25\,\text{cm}^2$

④ $49\,\text{cm}^2$ ⑤ $91\,\text{cm}^2$

해설

$4a + 4b = 52$ 이므로 $a + b = 13$

$a^2 + b^2 = 109$

$(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$

$109 = 169 - 2ab$

$\therefore ab = 30$

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$

$a - b > 0,\ a - b = 7$

$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 13 \times 7 = 91$

13. $a-3b<2(a-2b)$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a-2b$

해설

$a-3b<2(a-2b)$ 에서 $a>b$ 이므로,

$\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(b-a)^2}=a-b-b+a=2a-2b$

14. $\sqrt{10(n-1)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $n=11$

▷ 정답 : $n=41$

▷ 정답 : $n=91$

해설

n 이 두 자리의 자연수이므로 $10 \le n \le 99$

$\therefore 9 \le n-1 \le 98$

$\sqrt{10(n-1)}$ 이 자연수가 되기 위해서는

$n-1 = 10 \times 1^2,\ 10 \times 2^2,\ 10 \times 3^2,\ \cdots$

이때, $9 \le n-1 \le 98$ 을 만족해야 하므로

$n-1 = 10 \times 1^2$ 에서 $n = 11$

$n-1 = 10 \times 2^2$ 에서 $n = 41$

$n-1 = 10 \times 3^2$ 에서 $n = 91$

$\therefore n = 11,\ 41,\ 91$

15. 정사각형 A, B, C가 있다. A의 넓이는 s 이고, A의 넓이는 B의 2배, B의 넓이는 C의 3배일 때, C의 넓이를 s를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{s}{6}$

해설

$(\text{B의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (\text{A의 넓이}) = \frac{1}{2}\text{s}$

$(\text{C의 넓이}) = \frac{1}{3} \times (\text{B의 넓이}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\text{s} = \frac{1}{6}\text{s}$

따라서 C의 넓이는 $\frac{s}{6}$ 이다.

16. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{3}-\cfrac{2}{\sqrt{3}-\cfrac{1}{\sqrt{3}-\cfrac{2}{\sqrt{3}-1}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}+1$$

$$(\text{준식})=\sqrt{3}-\cfrac{2}{\sqrt{3}-\cfrac{1}{\sqrt{3}-(\sqrt{3}+1)}}$$

$$=\sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

$$=\sqrt{3}-(\sqrt{3}-1)$$

$$=1$$

17. a 가 두 자리 자연수일 때, $\dfrac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2}$ 의 정수부분이 3 이 되도록 하는 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 21 개

해설

$3 \le \dfrac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2} < 4$ 에서 양변에 $\sqrt{a}-2$ ($\because$ $\sqrt{a}-2>0$) 를 곱하면

$3(\sqrt{a}-2) \le \sqrt{a}+8 < 4(\sqrt{a}-2)$

$3\sqrt{a}-6 \le \sqrt{a}+8$ 에서 $\sqrt{a} \le 7$ 이므로 $a \le 49$

$\sqrt{a}+8 < 4\sqrt{a}-8$ 에서 $-3\sqrt{a} < -16$, $\sqrt{a} > \dfrac{16}{3}$ 이므로 $a > \dfrac{256}{9}$

즉, $\dfrac{256}{9} < a \le 49$ 에서 a 는 두 자리 자연수 이므로 $29, 30, \cdots, 49$ 이다.

따라서 a 의 개수는 21 개이다.

18. $4x^2-18x+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $p=\dfrac{81}{4}$

해설

$4x^2-18x+p$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(-\frac{18}{2}\right)^2=4p$$

$$\therefore\ p=\frac{81}{4}$$

19. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해 된다.)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x^2 - ax - 3x + 3a - 3 = (x+\alpha)(x+\beta)$로 놓으면

$x^2 - (a+3)x + 3a - 3 = x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$

$a + 3 = -(\alpha+\beta)$에서 $a = -\alpha - \beta - 3$

$3a - 3 = \alpha\beta$에서 $a = \dfrac{\alpha\beta+3}{3}$

$\therefore\ -\alpha - \beta - 3 = \dfrac{\alpha\beta+3}{3}$

$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 = 0$

$(\alpha+3)(\beta+3) = -3$

$\alpha + 3 = \pm 1$ 일 때, $\beta + 3 = \mp 3$ 이므로

$(\alpha, \beta) = (-2, -6)\,(-4, 0)$

$\therefore\ a = -\alpha - \beta - 3$ 에서 $a = 1,\ 5$

20. $f(x) = x^2 - 8x - 48$, $f(x)$가 40의 약수를 인수를 가질 때, 자연수 x의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x+4)(x-12)$ 이고
40 의 약수는 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40이다.
$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x+4)(x-12)$ 이므로
$x+4$ 또는 $x-12$ 가 40 의 약수가 되어야 한다.
이때, 자연수 x 가 최댓값을 가지려면,
$x - 12 = 40$ 일 때이므로 $x = 52$