1. 한 변의 길이가 $3a$인 정육면체의 부피의 계수를 A, a의 차수를 B라 할 때, $A \div B$의 값은?

① 7 ② 9 ③ $6a^2$ ④ $9a$ ⑤ 6

해설

(정육면체의 부피) = (밑면의 넓이) × (높이)
(정육면체의 부피) = $3a \times 3a \times 3a = 27a^3$ 이다.
따라서, 정육면체 부피의 계수는 27이고, 차수는 3이다.
$A \div B = 9$이다.

2. 분수 $\frac{13}{250}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. $\frac{bc}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{13}{250} = \frac{13 \times a}{250 \times a} = \frac{52}{b} = c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\frac{13 \times 4}{250 \times 4} = \frac{52}{1000} = \frac{52}{10^3} = 0.052$

$a = 4$, $b = 1000$, $c = 0.052$

$\therefore \frac{52}{4} = 13$

3. A는 200 이하의 자연수이고 $\frac{A}{65}$가 정수가 아닌 유한소수가 되도록 하는 A의 개수를 구하여라.

▶ 답: _____ 개

▷ 정답: 12개

해설

$\frac{A}{65} = \frac{A}{5 \times 13}$ 이므로 A는 13의 배수이어야 한다.
그런데 13의 배수 중 65의 배수가 되는 것은 정수가 되므로 제외한다.
200 이하의 자연수 중, 13의 배수는 15개 이고 65의 배수는 3개이므로
A의 개수는 $15 - 3 = 12$개이다.

4. 분수 $\frac{a}{70}$를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{3}{b}$이 된다고 한다. a가 30 이하의 자연수일 때, a , b의 값은?

① $a=7,\ b=10$　② $a=21,\ b=7$

③ $a=14,\ b=10$　④ $a=21,\ b=10$

⑤ $a=10,\ b=21$

해설

$\frac{a}{70}=\frac{a}{2\times5\times7}$가 유한소수이므로 a는 7의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$이므로 $a=3\times7=21,\ b=2\times5=10$

$\therefore a=21$, $b=10$

5. $0.\dot{4}\dot{5} = 45 \times \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 순환소수는?

① $0.1\dot{1}$ ② $0.0\dot{1}$ ③ $0.\dot{0}\dot{1}$ ④ $0.0\dot{0}\dot{1}$ ⑤ $0.\dot{0}0\dot{1}$

해설

$0.\dot{4}\dot{5} = \frac{45}{99} = 45 \times \frac{1}{99}$ 이므로 $\square = \frac{1}{99} = 0.\dot{0}\dot{1}$

6. 순환소수 $1.5\dot{1}$에 a를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 15 ③ 45 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.5\dot{1} = \frac{151-15}{90} = \frac{68}{45}$이므로 가장 작은 자연수 a는 45이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = \dfrac{1}{b^2}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = \dfrac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \dfrac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \dfrac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

8. $64^4 \div 8^5$ 을 간단히 하면?

① 2^8 ② 2^9 ③ 2^{10} ④ 2^{11} ⑤ 2^{12}

해설

$(2^6)^4 \div (2^3)^5 = 2^{24-15} = 2^9$

9. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$x^{3b}y^{ab}z^b = x^{12}y^{16}z^c$

i) $3b = 12,\ b = 4$

ii) $ab = 16,\ 4a = 16,\ a = 4$

iii) $b = c,\ c = 4$

따라서 $a+b+c = 12$ 이다.

10. $\dfrac{(a^2b^3)^4}{(ab^3)^m}=\dfrac{a^n}{b^6}$ 일 때, $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\dfrac{(a^2b^3)^4}{(ab^3)^m}=\dfrac{(a^8b^{12})}{(a^mb^{3m})}=\dfrac{a^n}{b^6}$ 이므로

$3m-12=6$

$\therefore\ m=6$

$8-m=n$ 이므로 $n=2$ 이다.

$\therefore\ m+n=8$

11. 다음 $\square$안에 알맞은 수를 구하여라.

$16 \times 4^3 \div 32^2 = 2^{\square}$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$2^4 \times (2^2)^3 \div (2^5)^2 = 2^4 \times 2^6 \div 2^{10} = 2^0$

12. $2^5 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^5$ 을 간단히 하면?

① 6^8 ② 6^5 ③ 6^{15} ④ 23^{15} ⑤ 23^8

해설

$2^5 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^5 = 2^8 \times 3^8 = 6^8$

13. $A = (-3xy)^2 \div 2x^3y^3$, $B = (2xy)^3 \times \dfrac{1}{3x^2y^2}$ 일 때, $A \div B$의 분모를 써라.

▶ 답:

▷ 정답: $16x^2y^2$

해설

$A = 9x^2y^2 \times \dfrac{1}{2x^3y^3} = \dfrac{9}{2xy}$

$B = 8x^3y^3 \times \dfrac{1}{3x^2y^2} = \dfrac{8xy}{3}$

$\therefore A \div B = \dfrac{9}{2xy} \times \dfrac{3}{8xy} = \dfrac{27}{16x^2y^2}$

14. □ 안에 알맞은 식을 구하면? (단, □ > 0)

$(2a^4b^2)^3 \div (\square)^2 = 2a^2b \times a^8b$

① ab ② a^2b ③ $2a^2b$ ④ $2ab^2$ ⑤ ab^2

해설

$(\square)^2 = 8a^{12}b^6 \div 2a^{10}b^2 = 4a^2b^4$

$(\square)^2 = (2ab^2)^2$

$\therefore \square = 2ab^2$

15. $x = 2y$일 때, $\dfrac{x}{x+y} + \dfrac{y}{x-y}$의 값을 구하면? (단, $x \neq 0$, $y \neq 0$)

① $\dfrac{2}{3}$ ② $\dfrac{5}{3}$ ③ $\dfrac{2}{5}$ ④ $\dfrac{3}{5}$ ⑤ $\dfrac{4}{3}$

해설

$\dfrac{x}{x+y} + \dfrac{y}{x-y}$에 $x = 2y$를 대입하면

$\dfrac{2y}{2y+y} + \dfrac{y}{2y-y} = \dfrac{2y}{3y} + \dfrac{y}{y} = \dfrac{2}{3} + 1 = \dfrac{5}{3}$

16. 다음 중 $7x-\{2y-(3x-y)+(-5x+4y)\}-3y$ 를 바르게 정리한 것을 고르면?

① $15x-10y$ ② $15x+10y$ ③ $3x-2y$

④ $5x+10y$ ⑤ $3x+8y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 7x-\{2y-3x+y-5x+4y\}-3y \\ &= 7x-\{7y-8x\}-3y \\ &= 7x-7y+8x-3y \\ &= 15x-10y\end{aligned}$$

17. $\frac{1}{6}$과 $\frac{3}{4}$ 사이의 분수 중에서 분모가 24이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: _____ 개

▷ 정답: 4 개

해설

$\frac{1}{6}$과 $\frac{3}{4}$의 분모를 24로 통분하면 $\frac{4}{24}$, $\frac{18}{24}$

$\frac{4}{24} < \frac{x}{24} < \frac{18}{24}$

$24 = 2^3 \times 3$이므로 유한소수로 나타내려면 x는 3의 배수이어야 한다. 즉, 6, 9, 12, 15로 4개이다.

18. 자연수 a, b 에 대하여 $a+b>0$, $ab>0$ 이고 a, b 는 서로소이다. 이러한 조건을 만족시키는 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}=4.\dot{x}=\frac{120}{9y+z}$ 일 때, $x+2y+3z$ 의 값을 구하여라.(단, x, y, z 는 한자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$\frac{a}{b}=4.\dot{x}=\frac{36+x}{9}$

$\frac{a}{b}=\frac{36+x}{9}=\frac{120}{9y+z}$ 에서 x 가 한 자리의 자연수이므로

$\frac{(36+x)\times 3}{9\times 3}=\frac{108+3x}{27}=\frac{120}{9y+z}$

$108+3x=120$

$\therefore x=4$

$9y+z=27$

$\therefore y=2, z=9$

$x+2y+3z=4+4+27=35$

19. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라고 한다. x_{103} 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}57142\dot{}$ 이다.

$103 = 6 \times 17 + 1$ 이므로 $x_{103} = 8$

20. $1.\dot{6} = a \times 0.\dot{1}$ 일 때 a 와 $0.2\dot{6}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값은?

① $\frac{125}{4}$ ② $\frac{145}{4}$ ③ $\frac{175}{4}$ ④ $\frac{225}{4}$ ⑤ $\frac{245}{4}$

해설

$\frac{15}{9} = a \times \frac{1}{9}$ $\quad \therefore\ a = 15$

$0.2\dot{6} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$ $\quad \therefore\ b = \frac{15}{4}$

$\therefore\ ab = 15 \times \frac{15}{4} = \frac{225}{4}$

21. 두 다항식 A, B에 대하여 $A*B=A-3B$라 정의 하자. $A=x^2+2x-4$, $B=x^2-3x+5$에 대하여 $(A*B)*B$를 간단히 하면?

① $-5x^2-20x-22$ ② $-5x^2+20x-34$

③ $2x^2-x+1$ ④ $2x^2+5x+9$

⑤ $5x^2+22x-4$

해설

$(A*B)*B=(A-3B)-3B=A-6B$이므로

$(x^2+2x-4)-6(x^2-3x+5)$

$=x^2+2x-4-6x^2+18x-30$

$=-5x^2+20x-34$

22. 다음 식에서 P 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$P = \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)}$$
$$= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$
$$= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

23. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=3$ 일 때, $\dfrac{a+3ab+b}{a-ab+b}$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=3,\ \dfrac{a+b}{ab}=3$

$\therefore\ 3ab=a+b$

$\dfrac{a+3ab+b}{a-ab+b}=\dfrac{3ab+3ab}{3ab-ab}$

$=\dfrac{6ab}{2ab}$

$=3$

24. $a+b+c=1,\ a^2+b^2+c^2=\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$ 일 때, abc 의 값은?

① -1 ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $-\dfrac{1}{3}$ ④ $-\dfrac{1}{4}$ ⑤ $-\dfrac{1}{5}$

해설

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$ 의 양변에 abc를 곱하면

$ab+bc+ca=abc$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 이므로

$1=\dfrac{3}{2}+2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=abc=-\dfrac{1}{4}$

25. $A = 3^a$ 일 때, $B(A) = a + 1$ 이라고 정의하자. 자연수 n 에 대하여 $B\left(\dfrac{9\times 81^4 - 9\times 243^3}{6\times 243^3}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$81 = 3^4$, $243 = 3^5$ 이고 주어진 식을 분배법칙을 이용하여 공통인수로 묶으면

$$\begin{aligned}\frac{9\times 81^4 - 9\times 243^3}{6\times 243^3} &= \frac{9\{(3^4)^4 - (3^5)^3\}}{(2\times 3)\times (3^5)^3}\\ &= \frac{3(3^{16} - 3^{15})}{2\times 3^{15}}\\ &= \frac{3(2\times 3^{15})}{2\times 3^{15}} = 3\end{aligned}$$

$(\because\ 3^{16} - 3^{15} = 3\times 3^{15} - 3^{15} = 2\times 3^{15})$

$\therefore\ B\left(\dfrac{9\times 81^4 - 9\times 243^3}{6\times 243^3}\right) = B(3) = 1 + 1 = 2$