1. 다음 식을 바르게 인수분해 한 것은?

$x^2(y-1)+(1-y)$

① $(x+y)(x-y)(x+1)$
② $(x+1)(x-y)(y-1)$
③ $(x+1)(y-1)(x+y)$
④ $(x+1)(x-1)(y-1)$
⑤ $x^2(y-1)$

해설

$$\begin{aligned} x^2(y-1)+(1-y) &= x^2(y-1)-(y-1) \\ &= (x^2-1)(y-1) \\ &= (x+1)(x-1)(y-1) \end{aligned}$$

2. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 를 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$

② $3^2(3ax - 4ay)^2$

③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$

④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$

⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

3. $(a+b)(a+b-3)+2$ 를 인수분해하면 $(a+b-m)(a+b-n)$ 일 때, $m+n$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$a+b=t$ 라 하면,

$$t(t-3)+2 = t^2-3t+2$$
$$= (t-1)(t-2)$$
$$= (a+b-1)(a+b-2)$$

따라서 $m+n=1+2=3$ 이다.

4. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. ( )안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$x(x+2)(x+4)(x+6)+16$
$= x(①) \times (x+2)(②)+16$
$= (x^2+6x)(③)+16$
$(④) = A$ 라 하면
$A^2+8A+16 = (A+4)^2 = (⑤)^2$

① $x+5$ ② $x+3$ ③ x^2+4x+8

④ x^2+6x ⑤ x^2+6x+1

해설

① $x+6$
② $x+4$
③ x^2+6x+8
⑤ x^2+6x+4

5. 다음 인수분해 과정에서 이용된 공식을 모두 고르면? (단, $a > 0, b > 0$)

$$x^2 - 4y^2 + 4y - 1 = x^2 - (4y^2 - 4y + 1) = x^2 - (2y - 1)^2 = (x + 2y - 1)(x - 2y + 1)$$

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$x^2 - 4y^2 + 4y - 1$
$= x^2 - (4y^2 - 4y + 1)$
$= x^2 - (2y - 1)^2 \cdots [\ a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2\ ]$
$= (x + 2y - 1)(x - 2y + 1) \cdots [\ a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)\ ]$

6. $2x^3 - 8xy^2$ 을 인수분해하면?

① $x(x+2y)(x-2y)$

② $2x(x+2y)(x-2y)$

③ $2(x+2y)(x-2y)$

④ $2x(x+2y)(x-y)$

⑤ $2x(x+y)(x-2y)$

해설

$$\begin{aligned} 2x^3 - 8xy^2 &= 2x(x^2 - 4y^2) \\ &= 2x(x+2y)(x-2y) \end{aligned}$$

7. $(a-b)m^2+(b-a)n^2$ 을 인수분해하면?

① $(a+b)(m+n)(m-n)$

② $(a-b)(m+n)(m-n)$

③ $(a-b)(m+n)^2$

④ $(a-b)(m^2+n^2)$

⑤ $(a-b)(m-n)^2$

해설

$$\begin{aligned}(a-b)m^2+(b-a)n^2 &= (a-b)(m^2-n^2)\\ &= (a-b)(m+n)(m-n)\end{aligned}$$

8. 다음 중 $(x^2-2x-5)(x^2-2x-6)-6$ 이 $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 로 인수분해 될 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -4 ② -10 ③ 7 ④ 10 ⑤ 4

해설

$x^2-2x=t$ 라 하면

$(t-5)(t-6)-6$

$=t^2-11t+24$

$=(t-3)(t-8)$

$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)$

$=(x-3)(x+1)(x+2)(x-4)$

$\therefore a+b+c+d=-3+1+2-4=-4$

9. $(a+b+2)^2-(-a+b-2)^2$ 을 인수분해하면?

① $2(a+b+2)$ ② $4(a-b-2)$ ③ $4a(b+1)$

④ $4a(b+2)$ ⑤ $4b(a+2)$

해설

$(a+b+2)^2-(-a+b-2)^2$

$=\{(a+b+2)+(-a+b-2)\}$

$\{(a+b+2)-(-a+b-2)\}$

$=2b(2a+4)$

$=4b(a+2)$

10. $x^2-4xy+3y^2-6x+2y-16$ 을 인수분해 하였더니 $(x+ay+b)(x+cy+d)$ 가 되었다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -3 ⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,

$x^2-(4y+6)x+3y^2+2y-16$

$=x^2-(4y+6)x+(3y+8)(y-2)$

$=(x-3y-8)(x-y+2)$

$\therefore\ a=-3,\ b=-8,\ c=-1,\ d=2$

$\therefore\ -3-8-1+2=-10$

11. $x = \sqrt{2009} - 1$ 일 때, $\left(\dfrac{x^4 - 2x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - x - 2} \right)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2009

해설

$$\left(\frac{x^4 - 2x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - x - 2} \right)^2$$

$$= \left\{ \frac{x(x^3 - x^2 - x - 2) + x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - x^2 - x - 2} \right\}^2$$

$$= (x + 1)^2$$

$$= (\sqrt{2009} - 1 + 1)^2$$

$$= 2009$$

12. $a = \sqrt{80},\ b = \sqrt{125}$ 일 때, $\dfrac{a^2 - 1 - 4b^2 + 4b}{a + 1 - 2b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $14\sqrt{5} - 1$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 1 - 4b^2 + 4b}{a + 1 - 2b} &= \frac{a^2 - (4b^2 - 4b + 1)}{a + 1 - 2b} \\ &= \frac{a^2 - (2b - 1)^2}{a + 1 - 2b} \\ &= \frac{(a + 2b - 1)(a - 2b + 1)}{a - 2b + 1} \\ &= a + 2b - 1\end{aligned}$$

따라서 $a = \sqrt{80} = 4\sqrt{5},\ b = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ 를 대입하면
$a + 2b - 1 = 4\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 1 = 14\sqrt{5} - 1$ 이다.

13. $\dfrac{28^2 - 11^2}{25 \times 17 - 17 \times 12}$ 의 값을 계산하면?

① 12 ② 9 ③ 6 ④ 3 ⑤ 1

해설

$$\frac{(28+11)(28-11)}{(25-12)\times 17} = \frac{39 \times 17}{13 \times 17} = 3$$

14. $65 \times 63 + 66 \times 66 - 66 \times 64 - 64 \times 64$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 164 ③ 131 ④ 132 ⑤ 140

해설

$(64+1) \times (64-1) + 66 \times (66-64) - 64^2$

$= 64^2 - 1 + 66 \times 2 - 64^2$

$= 132 - 1 = 131$

15. $x = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 6x + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x - 3 = \sqrt{3}$

양변에 제곱하면

$x^2 - 6x + 9 = 3$

$x^2 - 6x + 6 = 0$

16. $x^2+3x+1=0$ 일 때, $x-\frac{1}{x}$ 의 값을 구하면?

① -3 ② ± 3 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\pm\sqrt{5}$ ⑤ 7

해설

$x^2+3x+1=0,\ x+\frac{1}{x}=-3$

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=(-3)^2-4=5$

$\therefore x-\frac{1}{x}=\pm\sqrt{5}$

17. $(x-1)^2+\dfrac{1}{(x-1)^2}-2$ 를 인수분해하면?

① $\dfrac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$ ② $\dfrac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ③ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\dfrac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ⑤ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2+\frac{1}{(x-1)^2}-2$$

$$=a^2+\frac{1}{a^2}-2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(\frac{a^2-1}{a}\right)^2$$

$$=\left\{\frac{(a+1)(a-1)}{a}\right\}^2$$

$$=\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

18. 다음 식을 간단히 하여라.

$(2a-b)^2-(2a+b)^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$(2a-b)^2-(2a+b)^2$
$=(2a-b+2a+b)(2a-b-2a-b)$
$=4a\times(-2b)$
$=-8ab$

19. $16x^4-81y^4=(Ax^2+By^2)(Cx+Dy)(Ex+Fy)$ 라고 할 때, $A+B+C+D+E+F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4-81y^4=(4x^2+9y^2)(2x+3y)(2x-3y)$ 이므로 $A+B+C+D+E+F=4+9+2+3+2-3=17$ 이다.

20. $x = \dfrac{1}{5-3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\dfrac{130+75\sqrt{5}}{2}$ ② $\dfrac{130+75\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{130-45\sqrt{3}}{2}$

④ $\dfrac{130+75\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\dfrac{120+75\sqrt{3}}{2}$

해설

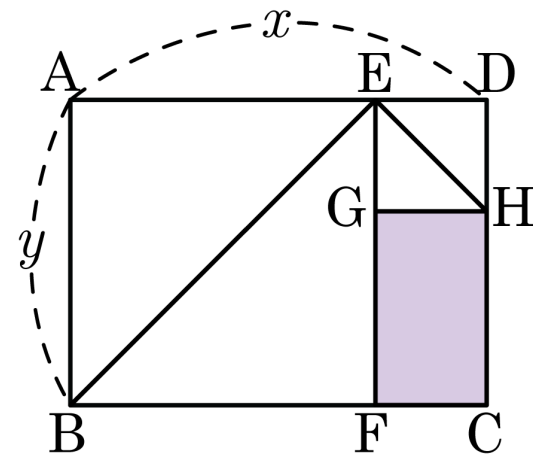
$$x = \frac{5+3\sqrt{3}}{(5-3\sqrt{3})(5+3\sqrt{3})} = \frac{5+3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5-3\sqrt{3}\ ,$$

$$x^2 = \frac{52+30\sqrt{3}}{4}\ ,\ \frac{1}{x^2} = 52-30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260-90\sqrt{3}}{4} = \frac{130-45\sqrt{3}}{2}$$

21. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 x , 세로의 길이가 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE 와 EGHD 를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



① x ② y ③ $x+y$

④ $2x-y$ ⑤ $2y-x$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로
$\overline{\mathrm{GF}} = y-(x-y) = 2y-x, \overline{\mathrm{FC}} = x-y$
남은 사각형의 넓이는 $(2y-x)(x-y)$ 이다.

22. 다항식 $a^2x+1-x-a^2$ 을 인수분해하였을 때, 다음 <보기> 중 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x+1$ ㉡ $a+1$

㉢ x^2+1 ㉣ $a-1$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2x-a^2-x+1\\ &= a^2(x-1)-(x-1)\\ &= (a^2-1)(x-1)\\ &= (a+1)(a-1)(x-1)\end{aligned}$$

23. $\dfrac{10^2}{26^2+40^2+49^2-16^2-30^2-39^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1}{20}$

해설

$$\begin{aligned}
\text{분모} &= (26^2-16^2)+(40^2-30^2)+(49^2-39^2) \\
&= (26-16)(26+16)+(40-30)(40+30) \\
&\quad +(49-39)(49+39) \\
&= 10\times 42+10\times 70+10\times 88 \\
&= 2000
\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{10^2}{26^2+40^2+49^2-16^2-30^2-39^2} = \frac{100}{2000} = \frac{1}{20}$$

24. $b = a + 2c - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$b = a + 2c - \sqrt{3}$ 에서 $a - b + 2c = \sqrt{3}$

$\therefore a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$

$= a^2 + (-b)^2 + (2c)^2$

$+ 2(a)(-b) + 2(-b)(2c) + 2(2c)(a)$

$= (a - b + 2c)^2$

$= (\sqrt{3})^2 = 3$

25. $x+y=\sqrt{3}$, $x-y=\sqrt{2}$ 일 때, $x^2-y^2+4x-4y$의 값을 구하면?

① $\sqrt{6}+4\sqrt{2}$ ② $\sqrt{6}-4\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{6}+\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{6}-2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{6}-5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2-y^2+4x-4y &= (x+y)(x-y)+4(x-y) \\ &= (x-y)(x+y+4) \\ &= \sqrt{2}(\sqrt{3}+4) \\ &= \sqrt{6}+4\sqrt{2} \end{aligned}$$