

1. 부등식 $x - 1 \leq 3x - 7 < 14 - x$ 의 해 중에서 정수인 해는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$x - 1 \leq 3x - 7 < 14 - x$ 에서

(i) $x - 1 \leq 3x - 7$
 $x - 3x \leq -7 + 1$
 $-2x \leq -6$
 $\therefore x \geq 3$

(ii) $3x - 7 < 14 - x$
 $3x + x < 14 + 7$
 $4x < 21$
 $\therefore x < \frac{21}{4}$

(i), (ii) 에서 $3 \leq x < \frac{21}{4}$ 따라서 정수인 해는 3, 4, 5로 3 개이다.

2. 복소수 z 의 켤레복소수가 $\bar{z}$ 일 때, $(2+3i)z + (2-3i)\bar{z} = 2$ 를 만족시키는 복소수 z 는?

- ① 존재하지 않는다. ② 단 한 개 있다.
③ 두 개 뿐이다. ④ 세 개 뿐이다.
⑤ 무수히 많다.

해설

$z = a + bi$ 라 하면 $\bar{z} = a - bi$ (단, a, b 는 실수)
 $(2+3i)(a+bi) + (2-3i)(a-bi) = 2$
 $2a + 2bi + 3ai - 3b + 2a - 2bi - 3ai - 3b = 2$
 $4a - 6b = 2 \quad \therefore 2a - 3b = 1$
 $2a - 3b = 1$ 을 만족하는 실수 a, b 의 순서쌍은 무수히 많으므로
주어진 조건을 만족하는 복소수 z 는 무수히 많다.

3. $x^2 - 4kx + (5 - k^2) = 0$ 이 두 실근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} D/4 &= 4k^2 - (5 - k^2) \geq 0 \\ 4k^2 - 5 + k^2 &\geq 0, 5k^2 \geq 5, \therefore k^2 \geq 1 \\ \alpha + \beta &= 4k, \quad \alpha\beta = 5 - k^2 \\ \therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 16k^2 - 10 + 2k^2 \\ &= 18k^2 - 10 \\ 18k^2 &\geq 18, 18k^2 - 10 \geq 18 - 10 \\ \alpha^2 + \beta^2 &\geq 8, \therefore (\text{최솟값}) = 8 \end{aligned}$$

4. p 가 실수일 때, 두 이차방정식 $x^2+px+3=0$, $x^2+3x+p=0$ 이 오직 한 개의 공통근 α 를 갖는다고 한다. 이 때, $\alpha-p$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\alpha^2 + p\alpha + 3 = 0$$

$$\alpha^2 + 3\alpha + p = 0$$

$$\alpha(p-3) - (p-3) = (\alpha-1)(p-3) = 0$$

$$\alpha = 1 \text{ or } p = 3$$

$$p = 3 \text{ 이면 두 다항식이 같아지므로 } \alpha = 1$$

$$\therefore 1 + p + 3 = 0 \quad \therefore p = -4$$

$$\therefore \alpha - p = 1 - (-4) = 5$$

5. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2p-1 = 0$ 의 두 근 중 한 근은 -1보다 작고, 다른 한 근은 1보다 크도록 실수 p 의 범위를 정하면?

① $p > -\frac{1}{3}$
④ $p < -\frac{1}{3}$

② $p > 1$
⑤ $p < 1$

③ $-\frac{1}{3} < p < 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2p-1$ 로 놓으면

i) $f(-1) = 1 + p + 1 + 2p - 1 = 3p + 1 < 0$

$\therefore p < -\frac{1}{3}$

ii) $f(1) = 1 - p - 1 + 2p - 1 = p - 1 < 0$

$\therefore p < 1$

i) ii)에서 $p < -\frac{1}{3}$

