

1. 다음 중 유리수가 아닌 수는?

① $\sqrt{4} + 1$

② $\sqrt{0.49}$

③ $\sqrt{(-3)^2}$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

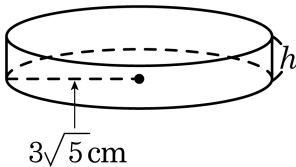
① $\sqrt{4} + 1 = 2 + 1 = 3$ (유리수)

② $\sqrt{0.49} = 0.7$ (유리수)

③ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ (유리수)

⑤ $-\frac{1}{2}$ (유리수)

2. 밑면의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ cm 인 원기둥의 부피가 $15\sqrt{42}\pi$ cm³ 일 때, 이 원기둥의 높이를 구하면?



- ① $\sqrt{42}$ cm ② $\frac{\sqrt{42}}{2}$ cm ③ $\frac{\sqrt{42}}{3}$ cm
④ $\sqrt{52}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{52}}{3}$ cm

해설

$$V = \text{밑넓이} \times \text{높이}$$

$$15\sqrt{42}\pi = \pi \times (3\sqrt{5})^2 \times h$$

$$15\sqrt{42}\pi = \pi \times 45 \times h$$

$$\therefore \text{높이 } h = \frac{15\sqrt{42}}{45} = \frac{\sqrt{42}}{3} (\text{cm})$$

3. 이차식 $3x^2 + (2k - 3)x - 6$ 을 인수분해 하면 $(3x - 1)(x + 6)$ 이라고 한다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 10$

해설

$$\begin{aligned}(3x - 1)(x + 6) &= 3x^2 + 18x - x - 6 \\ &= 3x^2 + 17x - 6\end{aligned}$$

$$17 = 2k - 3$$

$$\therefore k = 10$$

4. $x > 0$ 이고 x 의 음의 제곱근이 a 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a^2 = x$

② $x = \sqrt{a}$

③ $x^2 = a$

④ $x = -\sqrt{a}$

⑤ $a = \sqrt{x}$

해설

a 는 x 의 제곱근 중 하나이므로 $a^2 = x$ 또는 $a = + - \sqrt{x}$ 이 때, x 의 음의 제곱근이 a 이므로 $a = -\sqrt{x}$ 이다.

5. $-3 < x < 3$ 일 때, $2\sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{4(x+3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4x$

② $-2x - 6$

③ 0

④ $6x$

⑤ $6x + 6$

해설

$-6 < x - 3 < 0$, $0 < x + 3 < 6$ 이므로

$$(\text{주어진 식}) = -2(x-3) - 2(x+3)$$

$$= -2x + 6 - 2x - 6$$

$$= -4x$$

6. $\sqrt{\frac{400x}{12}}$ 가 자연수일 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\sqrt{\frac{400x}{12}} = 10\sqrt{\frac{x}{3}}$$

따라서 $x = 3$ 이다.

7. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{a}$, $\frac{3}{5\sqrt{3}} = \sqrt{b}$ 일 때, 유리수 a, b 의 $a \div b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \div b = 25$

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 2}{6}} = \sqrt{3}$$

$$\therefore a = 3$$

$$\frac{3}{5\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3^2}{5^2 \times 3}} = \sqrt{\frac{3}{25}}$$

$$\therefore b = \frac{3}{25}$$

$$\therefore a \div b = 3 \times \frac{25}{3} = 25$$

8. $a * b = a(b + 1 + \sqrt{3})$, $a \star b = ab - \frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 라 할 때, $\sqrt{6} * (\sqrt{3} \star \sqrt{2})$ 를 간단히 하면?

① $1 + 3\sqrt{2}$

② $1 + 3\sqrt{3}$

③ $2 + 3\sqrt{2}$

④ $2 - 2\sqrt{3}$

⑤ $3 + 3\sqrt{2}$

해설

$$a * b = a(b + 1 + \sqrt{3}) ,$$

$$a \star b = ab - \frac{a+b}{\sqrt{2}} \text{ 라 할 때,}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \star \sqrt{2} &= (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{6} - \frac{\sqrt{6} + 2}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{6} * (\sqrt{3} \star \sqrt{2}) &= \sqrt{6} * \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 1 \right) \\ &= \sqrt{6} \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 1 + 1 + \sqrt{3} \right) \\ &= \sqrt{6} \left(\frac{\sqrt{6}}{2} + \sqrt{3} \right) \\ &= 3 + 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

9. 유리수 a 에 대하여 $\frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정할 때, a 의 값을 모두 구하면?

① 1, 2

② 2, 3

③ 3, 4

④ 3, 5

⑤ 4, 5

해설

분모를 유리화 시키면

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+a-5)(a\sqrt{3}+3)}{(a\sqrt{3}-3)(a\sqrt{3}+3)} \\ &= \frac{9a+6\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}-5a\sqrt{3}-15}{3a^2-9} \end{aligned}$$

가 유리수가 되어야 하므로 분자의

$6\sqrt{3}-5a\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}=0$ 이 되어야 한다.

$a^2-5a+6=0$ 이고, 이차방정식 $a^2-5a+6=0$ 을 인수분해하면
 $(a-3)(a-2)=0$ 이므로 $a=3$ 또는 $a=2$ 이다.

10. $\frac{3}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하는데 이용되는 곱셈 공식은?

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

④ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여

$$\begin{aligned}\frac{3}{\sqrt{3}-2} &= \frac{3(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\ &= \frac{3\sqrt{3}+6}{3-4} \\ &= -3\sqrt{3}-6\end{aligned}$$

11. $1 < \sqrt{\frac{x}{2}} < \frac{5}{2}$ 를 만족시키는 정수 x 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $\sqrt{3} = 1.732$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5.196

해설

$2 < x < \frac{25}{2}$ 에서 $a = 12$, $b = 3$ 이다.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} = 1.732 \text{ 이므로 } 3\sqrt{3} = 5.196$$

12. 자연수 7 에 대하여 $\sqrt{7}$ 의 정수 부분을 $f(7)$ 이라고 하자. 예를 들면 $2 < \sqrt{7} < 3$ 이므로 $f(7) = 2$ 라고 할 때, $f(58) + f(66)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sqrt{58} = 7.\times\times\times$, $\sqrt{66} = 8.\times\times\times$ 이므로 $f(58) + f(66) = 7 + 8 = 15$

13. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $25x^2 - 20xy + 4y^2 = (5x - 2y)^2$

② $ax^2 + 2ax + a = (ax + 1)^2$

③ $\frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{9}{16}b^2 = \left(\frac{1}{3}a + \frac{3}{4}b\right)^2$

④ $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2$

⑤ $(xy)^2 + 22xy + 11^2 = (xy + 11)^2$

해설

② $ax^2 + 2ax + a = a(x + 1)^2$

14. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $2x - 2y$

③ $2x$

④ $2y$

⑤ $-2y$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} &= |x-y| + |x+y| \\ &= x-y - (x+y) = -2y\end{aligned}$$

15. $\frac{3}{2}x^2 + 3x - 12$ 를 인수분해한 식은?

① $\frac{3}{2}(x-2)(x-4)$

② $\frac{3}{2}(x-2)(x+4)$

③ $\frac{1}{2}(3x-2)(x+4)$

④ $\frac{1}{2}(x-2)(3x+4)$

⑤ $\frac{5}{2}(x+2)(x+4)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{3}{2}(x^2 + 2x - 8) \\ &= \frac{3}{2}(x-2)(x+4)\end{aligned}$$

16. 두 다항식 $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$, $a^2 - b^2 - ac - bc$ 의 공통인 인수는?

① $a - b - c$

② $a + b - c$

③ $a - b + c$

④ $-a - b - c$

⑤ $-a + b - c$

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 - c^2 - 2ab &= (a - b)^2 - c^2 \\ &= (a - b + c)(a - b - c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 - ac - bc &= (a + b)(a - b) - c(a + b) \\ &= (a + b)(a - b - c) \end{aligned}$$

17. 다항식 $(m+n)^2 - 2(m+n)m - 8m^2$ 을 다항식 두 개의 곱으로 나타낼 때 일차식들의 합은?

① 0

② $-2n$

③ $m+n$

④ $2n$

⑤ $2m$

해설

$m+n = X$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} X^2 - 2mX - 8m^2 &= (X - 4m)(X + 2m) \\ &= (m + n - 4m)(m + n + 2m) \\ &= (n - 3m)(3m + n) \end{aligned}$$

$$\therefore (n - 3m) + (3m + n) = 2n$$

18. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) + k$ 가 완전제곱식이 되도록 상수 k 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-7)(x-3)(x-5) + k \\ &= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) + k \\ & x^2 - 8x = A \text{로 놓으면,} \\ & (A+7)(A+15) + k \\ &= A^2 + 22A + 105 + k = (A+11)^2 \\ & \therefore 105 + k = 11^2 = 121 \\ & \therefore k = 16 \end{aligned}$$

19. $xy - 3y + x - 3$ 을 인수분해하면 $(ax + b)(my + n)$ 일 때, $a + b + m + n$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$y(x - 3) + (x - 3) = (x - 3)(y + 1)$$

$$\therefore a + b + m + n = 1 - 3 + 1 + 1 = 0$$

20. $x^4 - 5x^2 + 4$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 2$

③ $x + 1$

④ $x - 2$

⑤ $x - 4$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

21. $\frac{15 \times 39 - 15 \times 32}{6^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{15 \times 39 - 15 \times 32}{6^2 - 1} = \frac{15(39 - 32)}{(6 + 1)(6 - 1)} = 3$$

22. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $(a+3)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8 + 2\sqrt{7}$

해설

$$a = \sqrt{7} - 2$$

$$(a+3)^2 = (\sqrt{7} - 2 + 3)^2 = (\sqrt{7} + 1)^2$$

$$= 7 + 2\sqrt{7} + 1$$

$$= 8 + 2\sqrt{7}$$

23. 이차방정식 $x^2 + ax + 8 = 0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2 - 10x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 + ax + 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $a = -6$ 이다.

$x^2 - 6x + 8 = 0$, $(x - 4)(x - 2) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 4$ 이다.

$3x^2 - 10x + b = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입하면 $b = -8$

$\therefore a - b = -6 - (-8) = 2$

24. 이차방정식 $(a^2 - 1)x^2 + (a + 3)x + 2(3a + 1) = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{3}$

해설

$x = -2$ 를 대입하면

$$4(a^2 - 1) - 2(a + 3) + 2(3a + 1) = 0$$

$$4a^2 - 4 - 2a - 6 + 6a + 2 = 0$$

$$4a^2 + 4a - 8 = 0$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a - 1)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = -2 \quad (a^2 - 1 \neq 0 \text{ 이므로 } a \neq 1)$$

$$a = -2 \text{ 를 대입하면 } 3x^2 + x - 10 = 0$$

$$(3x - 5)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{3} \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 다른 한 근은 $\frac{5}{3}$ 이다.

25. $f(x) = x(x - 5) + 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$x(x - 5) + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 1)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 4$$

26. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값이 옳지 않은 것은?

① $x^2 - 8x + k = 0 : k = 16$

② $x^2 + 12x + k = 0 : k = 36$

③ $x^2 + kx + 1 = 0 : k = \pm 2$

④ $x^2 - kx + 9 = 0 : k = -3$

⑤ $4x^2 + 8x + k = 0 : k = 4$

해설

④ $x^2 - kx + 9 = 0 : k = \pm 6$

27. 이차방정식 $x^2 + 8x - 4 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값은?

① 20

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 36

해설

$$x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$(x + 4)^2 - 4 - 16 = 0$$

$$(x + 4)^2 = 20$$

$$\therefore a = 4, b = 20$$

$$\therefore a + b = 24$$

28. 이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 아닌 것은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\frac{3m-9}{8} < 0$

이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3은 m 의 값이 아니다.

29. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$

② $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$

③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$

④ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{2}$

⑤ $x = -3 \pm \sqrt{57}$

해설

양변에 6을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$2x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\begin{aligned}\therefore x &= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}\end{aligned}$$

30. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$$

따라서 $k = \frac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

31. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = a + 6\sqrt{3}$, $y = 1 + 2\sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 6xy + 9y^2 + x - 3y = 6$ 이 성립하는 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(x - 3y)^2 + (x - 3y) - 6 = 0$ 에서 $x - 3y = X$ 로 치환 하면

$$X^2 + X - 6 = 0$$

$$(X + 3)(X - 2) = 0$$

$$(x - 3y + 3)(x - 3y - 2) = 0$$

$x = a + 6\sqrt{3}$, $y = 1 + 2\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$(a - 3 + 3)(a - 3 - 2), a(a - 5) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 5$$

$$\therefore 0 + 5 = 5$$

32. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 을 일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 풀었더니 한 근이 -3 이었다. 이때, 올바른 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 2

② $x = -1$ 또는 -2

③ $x = 1$ 또는 -3

④ $x = -1$ 또는 -3

⑤ $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ 또는 $\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

해설

일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 식은 $x^2 - 2ax + 3a = 0$
그때의 해가 $x = -3$ 이므로 대입하면

$$9 + 6a + 3a = 0$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 이차방정식은

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

33. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10

② -5

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

$$x = \pm 2, y = \pm 3$$

$$x - y = -1, 5, -5, 1$$

$$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$$

34. 25 의 음의 제곱근과 어떤 수의 양의 제곱근을 더하였더니 -1 이 되었다. 어떤 수는?

① 4

② 9

③ 16

④ 36

⑤ 49

해설

25 의 음의 제곱근 : -5

$$-5 + \square = -1, \square = 4$$

4 는 16 의 양의 제곱근

35. 다음을 계산하여라.

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

▶ 답 :

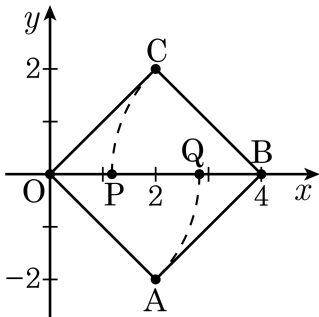
▶ 정답 : 0

해설

$\sqrt{13} > \sqrt{7}$, $\sqrt{11} < \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2} \\ &= (\sqrt{13}-\sqrt{7}) - (\sqrt{11}-2\sqrt{3}) \\ & \quad - (2\sqrt{3}-\sqrt{11}) + (\sqrt{7}-\sqrt{13}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

36. 다음그림과 같이 좌표평면 위의 정사각형 OABC 에서 $\overline{OA} = \overline{OQ}$, $\overline{BC} = \overline{BP}$ 이다. 두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 p , q 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = 4$

해설

$$p = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$q = 0 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$p + q = 4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4 \text{ 이다.}$$

37. $\sqrt{32} - 2$ 와 $\sqrt{8} + 3$ 중 더 작은 수와 $\sqrt{2} + 2$ 와 $\sqrt{3} - 1$ 중 더 큰 수의 합을 구했더니 $a\sqrt{b}$ 였다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

$$\sqrt{32} - 2 - (\sqrt{8} + 3) < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{32} - 2 < \sqrt{8} + 3$$

$$\sqrt{2} + 2 - (\sqrt{3} - 1) > 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{2} + 2 > \sqrt{3} - 1$$

$$\text{두 수의 합은 } \sqrt{32} - 2 + \sqrt{2} + 2 = 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

따라서 $a + b = 7$ 이다.

38. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$\sqrt{80} = \sqrt{57+x}$ 이므로 $x = 23$ 이다.

39. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

40. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{3}$

③ $-2\sqrt{3}$

④ $-3\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

41. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{7}{2}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{11}{2}$

⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2 \text{를 정리하면,}$$

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{ 이다.}$$

42. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

43. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a + 2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a + 2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \underline{-32 + 8m = 0} \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

44. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
- ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 -5, -8이다.
- ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
- ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 -5, -8이다.

$$\text{두 근의 합은 } 13 = 4 - m, m = -9 \text{ 또는 } -13 = 4 - m, m = 17$$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

45. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1, a = \pm 5$$

46. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 k , $k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$$2x^2 + kx + 8 = 0$$

① $x^2 - 11x + 24 = 0$

② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$

④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$$

$$k < 0 \text{ 이므로 } k = -8$$

$-8, -3$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은
 $x^2 + 11x + 24 = 0$

47. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 6x + 2 = 0$

③ $x^2 + 6x - 4 = 0$

④ $x^2 - 6x + 4 = 0$

⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$$

구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{두 근의 합}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \\ &= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{두 근의 곱}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4 \end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

48. $2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}} &= 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{(2^5)^2}}} \\ &= 2\sqrt{4\sqrt{8 \times 2^5}} \\ &= 2\sqrt{4 \times 2^4} \\ &= 2 \times 2^3 \\ &= 2^4 \end{aligned}$$

49. $2 < \sqrt{a+2b} < 3$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, a, b 는 자연수, $a \neq b$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

$$2 < \sqrt{a+2b} < 3, \quad \sqrt{4} < \sqrt{a+2b} < \sqrt{9}$$

$$a+2b = 5, 6, 7, 8$$

$$(a, b) = (1, 2), (3, 1), (4, 1), (1, 3), (3, 2),$$

$$(5, 1), (2, 3), (4, 2), (6, 1)$$

따라서 9개이다.

50. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$